

Seminarier:

28/2 13 - 16, rum E51

6/3 8 - 10, rum E51

7/3 13 - 16, rum E35

Konvergenzkriterier för serier

AMI, kap 9

Majorantprincipen

Om $0 < a_n < b_n$ och

i) $b_n < \infty$ så är också $a_n < \infty$

ii) $a_n \rightarrow 0$ så är också $b_n \rightarrow 0$

Jämförelseprincipen

Om $a_n > 0$ och $b_n > 0$ och

$$\lim_n \frac{a_n}{b_n} = A \neq 0$$

så är a_n och b_n antingen båda konvergenta eller båda divergenta.

Integraluppskattningar

Om f är avtagande och $f(x) > 0$

$$f(N) \leq \sum_{n=M}^N f(n) - \int_M^N f(x) dx \leq f(M)$$

Cauchys integralkriterium:

Om $f(x)$ är en positiv och avtagande funktion, så är serien $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ och den generaliserade integralen $\int_a^{\infty} f(x)dx$ antingen båda konvergenta eller båda divergenta.

En ”jämförelsestege”:

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ är konvergent om $p > 1$
divergent om $p \leq 1$

Cauchys rotkriterium:

Om $a_n > 0$ och

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = A$$

och $A < 1$, så är $\sum a_n$ konvergent

$A > 1$, så är $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ och $\sum a_n$ divergent

Absolut konvergens:

Om $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ är konvergent, så är också $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent.