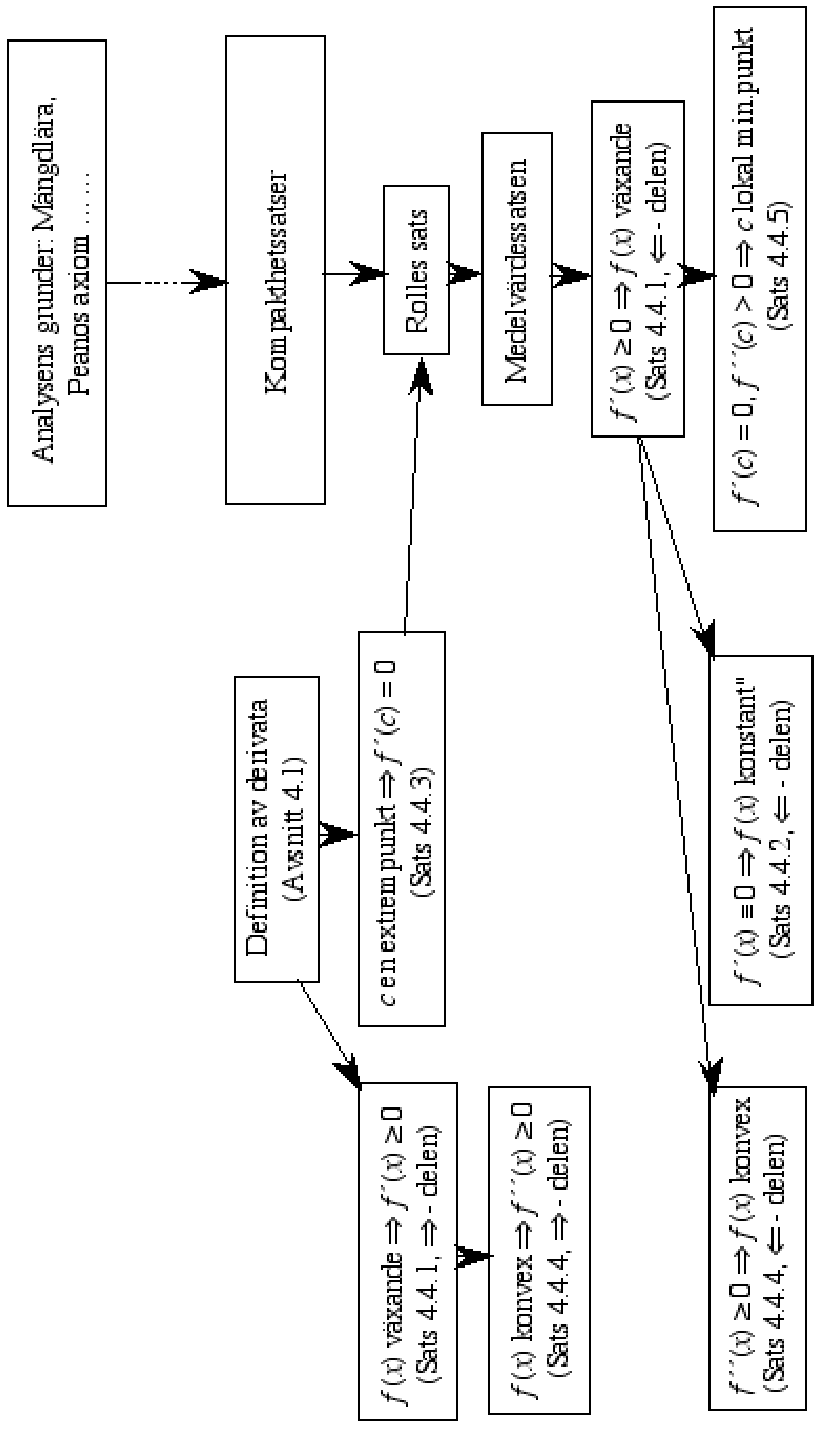
SF2710, lekt 13, HT07

Dagens tema

- Deriverbara funktioner av typ **R** → **R**
  AMI, kap 4, särskilt 4.5

Studera särskilt de logiska sambanden mellan satserna i kap 4.5:



Övningar:

Vilka av påståenden i uppgifterna 1 – 10 nedan är sanna och vilka är falska. De sanna bör Du bevisa, eller i förekommande fall hänvisa till sats i kap AMI4.5, och för de falska bör Du ge ett motexempel.

L13.1 Om f är kontinuerlig, så är f deriverbar.

L13.2 Om f är deriverbar, så är f kontinuerlig.

L13.3 Om f är deriverbar, så är f' kontinuerlig.

L13.4 Om $x = \xi$ är en maximipunkt till en deriverbar funktion $f(x)$, definierad i $a < x < b$, så är $f'(\xi) = 0$.

L13.5 Om $x = \xi$ är en maximipunkt till en deriverbar funktion $f(x)$, definierad i $a \leq x < b$, så är $f'(\xi) = 0$.

L13.6 Om f är deriverbar i $a < x < b$, och $f'(\xi) = 0$, $a < \xi < b$, så är ξ en extrempunkt till f.

L13.7 Om $f(x)$ är växande i då $a < x \leq c$ och avtagande då $c \leq x \leq b$, så är c en lokal maximipunkt till f.

L13.8 Om $f(x)$ är deriverbar i $a < x < b$ och har ett lokalt maximum för $x = c$, $a < c < b$, så är f växande i någon vänsteromgivning av c och avtagande i någon högeromgivning av c.

L13.9 Om $f(x)$ är deriverbar i $a < x < b$ och strängt växande i intervallet, så är $f'(x) > 0$ i intervallet.

L13.10. Om $f(x)$ är deriverbar i $a < x < b$ och $f'(x) > 0$ i intervallet, så är f strängt växande i intervallet.

L13.11 Låt f vara deriverbar på ett intervall som innehåller intervallet $a \leq x \leq b$. Visa att derivatan kommer att anta alla värden mellan $f'(a)$ och $f'(b)$, t.ex. efter följande riktlinjer:

Låt C vara ett tal mellan $f'(a)$ och $f'(b)$. Studera funktionen

$$g(x) = f(x) - Cx.$$

Visa att den är deriverbar och att en av $g'(a)$ och $g'(b)$ är > 0, den andra < 0. Visa att om t.ex $g'(a) > 0$, så kan a och b inte vara maxpunkter till g. Motivera sedan varför $g'(x)$ måste ha ett 0-ställe i intervallet $a \leq x \leq b$.

Detta kan kallas ”satsen om mellanvärden för derivator”. Varför kan man inte bevisa den genom att bara hänvisa till satsen om mellanvärden för kontinuerliga funktioner?

Dagens:: L13.5, L13.11

Svar: 1. falskt 2, sant, 3. f, 4. s, 5. f, 6. f, 7. s, 8. f, 9. f, 10. s.