

**Tentamensskrivning, Signaler och system I, för E, ME och IT
(5B1209/5B1215:2) den 30 augusti 2005 kl 8⁰⁰ – 13⁰⁰.**

Hjälpmedel:

Kurslitteraturen, dock inte exempelsamlingen eller X-tentor.

BETA Mathematics Handbook. Formelsamling i Signalbehandling. Räknedosa.

Fordringar: 24p, 32p respektive 40p räcker för betygen 3, 4 respektive 5.

1. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$(1 + x^2)y' + 4xy = x, y(1) = 1. \quad (6p)$$

2. Funktionen $x(t)$ definieras av

$$x(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & \text{då } |t| \leq 1, \\ 0, & \text{då } |t| > 1. \end{cases}$$

- a. Beräkna de generaliserade 1:a- och 2:a-derivatorna till

$$y(t) = 2x(t/2) - x(t). \quad (4p)$$

- b. Bestäm fouriertransformen av $y(t)$ på reell form. (4p)

3. a. Beräkna den allmänna lösningen till systemet av differentialekvationer:

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 3y(t), \\ y'(t) = 2x(t) + 3y(t). \end{cases} \quad (4p)$$

- b. Bestäm några konstanta funktioner $x(t)$ och $y(t)$ som satisfierar det inhomogena systemet,

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 3y(t) - 1, \\ y'(t) = 2x(t) + 3y(t) + 7 \end{cases}$$

och ange den lösning till detta system som uppfyller villkoren $x(0) = 0$ och $x'(0) = 1$. (6p)

4. Bestäm koefficienterna i den π -periodiska *komplexa* fourierserien av

$$x(t) = \sin^4 t. \quad (8p)$$

Var god vänd!

5. Låt $x[n]$ vara talföljden

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{2^{|n|}} \cdot (-1)^{n/2}, & \text{då } n \text{ är ett jämnt heltal,} \\ 0, & \text{då } n \text{ är ett udda heltal.} \end{cases}$$

a. Bestäm en komplex konstant a sådan att $x[n]$ kan skrivas på formen $a^{|n|} \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$. (4p)

b. Beräkna den tidsdiskreta fouriertransformen till följden $x[n]$. Svaret får inte innehålla oändliga serier och skall ges på reell form. (4p)

(Man kan lösa b-uppgiften även om man inte löst a-delen.)

6. En signal $x(t)$ har fouriertransformen

$$X(j\omega) = \begin{cases} \cos \omega, & \text{då } |\omega| \leq \pi/2, \\ 0, & \text{då } |\omega| > \pi/2. \end{cases}$$

a. Bestäm signalen $x(t)$. (6p)

Beräkna med ledning av svaret i a. det exakta värdet av

b. $I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \frac{\pi t}{2}}{1 - t^2} dt$. (1p)

c. $I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi t}{2}}{(1 - t^2)^2} dt$. (3p)

Lycka till!