

Tentamensskrivning, matematisk analys (5B1304), den 25/5 2001, kl 8⁰⁰–13⁰⁰.

Hjälpmedel: Mathematics Handbook, Kreyszig och kurslitteratur från tidigare matematikkurser, föreläsningssanteckningar samt räknedosa utan "Computer Algebra System" (= automatisk formelbehandling).
Gamla tentamina med lösningar är inte tillåtna.

	Betyg:	3	4	5
Fordringar:	Minimipoäng totalt:	10	15	21
	Minsta antal uppgifter med 2p:	3		
	Min.poäng sammanlagt på uppgifterna 1, 2, 3, 4 resp 5, 6, 7:	3	3	4

1. Bestäm på reell form den allmänna lösningen till

$$x^2 y'' + 5xy' + 13y = 0, \text{ där } x > 0. \quad (3p)$$

2. Uttryck med hjälp av polynom och trigonometriska funktioner

$$x^{5/2} J_{3/2}(x) \, dx \quad (3p)$$

3. a. Verifiera att för $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, och $-\pi < x < \pi$ gäller

$$(-1)^n \frac{e^{inx}}{-n} = \frac{1}{\sin(x)} e^{inx} \quad (3p)$$

- b. Vilken är seriens summa då $x = \pi/2$? (1p)

4. a. Visa att $y'' + y = 0, y(0) = y'(1) = 0, 0 < x < 1$, är ett Sturm-Liouville-problem och beräkna egenvärdena, egenfunktionerna samt ange motsvarande ortogonalitetsrelation. (4p)

- b. Låt $y_n(x), n = 0, 1, 2, \dots$, beteckna egenfunktionerna i a-delen av den här uppgiften. Ange hur koefficienterna a_n i serien

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n y_n(x)$$

skall beräknas om man vet att seriesumman = 1 i intervallet $0 < x < 1$. (2p)

5. Potentialen hos en plan platta satisfierar Laplaces ekvation. Bestäm potentialen inom en kvadratisk platta $0 < x < 2, 0 < y < 2$ då plattans övre kant hålls med potentialen $\sin(x/2)$ och de andra tre kanterna med potentialen 0. (3p)

6. Beräkna exakt $\int \frac{\cos(ax+c)}{b^2+x^2} dx$, då a, b och c är reella och $b > 0$. (4p)

7. Låt $f(x,y,z) = xyz$ och $g(x,y,z) = x + 2y + 3z$. Beräkna

$$\oint_S (f \operatorname{grad} g - g \operatorname{grad} f) \cdot \hat{n} \, dA,$$

S

då **S** är randytan till en godtycklig kropp **K** och \hat{n} är dess utåtriktade enhetsnormal. (3p)