

**Tentamen, SF1635, Signaler och system I, för E, ME och IT,
den 3 juni 2008, kl 14.00 – 19.00**

Hjälpmedel: Zill-Cullen; Differential Equations with Boundary-Value Problems, Utdelat arbetsmaterial, Mathematics Handbook, kursens formelsamlingar, räknedosa.

Inklusive bonus krävs för betyget E minst 24p, för D minst 28p, för C minst 32p, för B minst 36p och för betyget A minst 40p.

20 – 23p ger betyget F_x , som berättigar till en komplettering den 11 juni kl 13 - 15 i sal D41.

(Betygsgränser äldre ordningen:

3: 24 – 31p, 4: 32 – 39p, 5: 40p. 20 – 23p berättigar till komplettering.)

1. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$(x^2 + 1)y'(x) + x y(x) = 2x \sqrt{x^2 + 1}. \quad (6p)$$

2. Bestäm $y(t)$ så att

$$y''(t) + 15 y'(t) + 56y(t) = (t - 2)\delta(t), y(0) = 0, y'(0) = 1,$$

där δ är delta-funktionen.

Svaret får inte innehålla några integraler.

(7p)

3. Fouriertransformera

$$x(t) = \begin{cases} t e^{it}, & \text{då } |t| < 1, \\ 0, & \text{då } 1 < |t|, \end{cases}$$

t.ex. med hjälp av definitionen av fouriertransformen.

(8p)

4. a. Bestäm den komplexa 2-periodiska fourierserieutvecklingen av funktionen

$$y(t) = (\sin t) \cdot \cos^2 t \quad (6p)$$

Tips: Använd Eulers formler för att skriva om de olika faktorerna i $y(t)$.

- b. Beräkna med hjälp av svaret i a-uppgiften

$$\int_0^2 \sin^2 t \cdot \cos^4 t \, dt \quad (3p)$$

5. Givet differentialekvationen

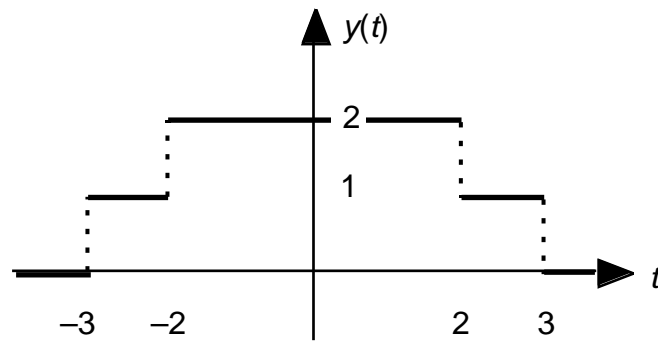
$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{y} \quad \text{med bivillkoret } y(2) = 1.$$

- a. Bestäm en funktion $y(x)$, som i intervallet $0 < x$ uppfyller dessa villkor. (5p)

- b. Bestäm en funktion $y(x)$, som för alla reella x uppfyller dessa villkor. (5p)

Var god vänd!

6. Signalen $y(t)$ är sträckvis konstant och antar heltalsvärdena 0, 1 och 2 enligt grafen:



- Bestäm fouriertransformen till $y(t)$. (2p)
- Skissera grafen för den 3-periodiska fortsättningen $x(t)$ till $y(t)$. (3p)
- Vilken är $x(t)$:s komplexa fourierserieutveckling? (3p)
- Finns det tal p sådana att den p -periodiska fortsättningen till $y(t)$ bara antar ett enda värde? Ange i så fall något sådant p . (2p)

Svaren får inte innehålla några integraler eller faltningar. Signalen $y(t)$ kan anses vara odefinierad för $t = \pm 2$ och ± 3 .