

Transformerade Besselekvationer (Komplettering till formelsamling)

Den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x(a + 2bx^r) \frac{dy}{dx} + [c + dx^{2s} - b(1 - a - r)x^r + b^2 x^{2r}] y = 0,$$

där d, s och $r \neq 0$ samt $(1 - a)^2 \neq 4c$,

är

$$y = x^{\frac{1-a}{2}} e^{-\frac{bx^r}{r}} Z_p \frac{\sqrt{d}}{s} x^s$$

där

$$p = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{1-a}{2} - c}$$

och där Z_p är den allmänna lösningen till Bessels ekvation:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - p^2) y = 0,$$

dvs. för reella argument:

$$Z_p(x) = AJ_p(x) + BY_p(x)$$

och för imaginära argument:

$$Z_p(ix) = AI_p(x) + BK_p(x)$$