Gränsvärdesdefinitionen

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ definieras som

$$\forall\,\varepsilon > 0 \;\; \exists\,\delta > 0 \;:\; 0 < |x-a| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon.$$

(Se vidare teoristencilerna till lektion 1.)

Kontinuitet

Funktionen f är kontinuerlig i punkten $x = a$ om

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a).$$

Funktionen är kontinuerlig i ett intervall om den är kontinuerlig i varje punkt i intervallet.

(Se vidare teoristencilerna till lektion 2.)

Likformig kontinuitet

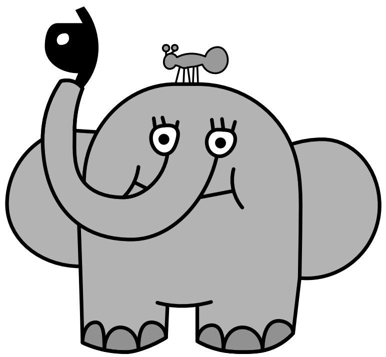
Funktionen f är likformigt kontinuerlig i intervallet I om

$$\forall\,\varepsilon > 0 \;\; \exists\,\delta > 0 \;:\; \forall\,a \in I \;\; \text{gäller att}$$
$$0 < |x-a| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon.$$

Skillnaden från det vanliga kravet, $\lim f(x) = f(a)$, är att vi nu kräver att δ kan väljas oberoende av a.

Sats Om f är kontinuerlig i det slutna intervallet $[a, b]$, då är f likformigt kontinuerlig på samma intervall.

Anm. Likformig kontinuitet behövs bl.a. för att visa att alla kontinuerliga funktioner är Riemannintegrabla.



Nu är
det slut!