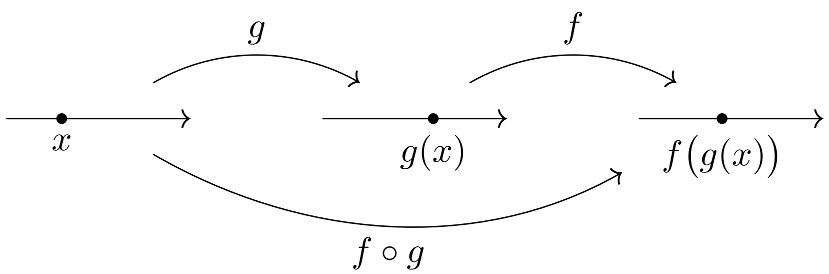
Deriveringsregler

Om f och g är deriverbara i $x = a$ då är

1. $(f+g)'(a) = f'(a) + g'(a)$
2. $(f-g)'(a) = f'(a) - g'(a)$
3. $(f \cdot g)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$
4. $(f/g)'(a) = \dfrac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{\big(g(a)\big)^2}$ $\quad$ där $g(a) \neq 0$

Sammansatta funktioner



$$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$$

Kedjeregeln

Om f och g är deriverbara då är

$$(f \circ g)'(x) = (f' \circ g)(x) \cdot g'(x),$$

eller med en annan formulering

$$\frac{d}{dx} f\big(g(x)\big) = f'\big(g(x)\big) \cdot g'(x).$$

Sats $\quad$ $$\begin{aligned}(f_1 \circ f_2 \circ \cdots \circ f_n)'(x) = (f_1' \circ f_2 \circ f_3 \circ \cdots \circ f_n)(x) \cdot{}& \\ (f_2' \circ f_3 \circ \cdots \circ f_n)(x) \cdot{}& \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\;& \\ (f_{n-1}' \circ f_n)(x) \cdot{}& \\ f_n'(x)\;&\end{aligned}$$

Bevis $\quad$ Kedjeregeln och induktion.

Högre ordningars derivata

Om f och g är n ggr deriverbara, då är

1. $(f+g)^{(n)} = f^{(n)} + g^{(n)}$,
2. $(f-g)^{(n)} = f^{(n)} - g^{(n)}$,
3. $(f \cdot g)^{(n)} =$ Leibniz regel (uppgift 9.9.9),
4. $(f/g)^{(n)} =$ använd Leibniz regel på $f \cdot 1/g$,
5. $(f \circ g)^{(n)} =$ Faa di Brunos formel.