Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning, 2003-08-18, kl. 8.00–13.00.

5B1116 Matematik 2, för B, Bio, E, IT, K, ME och Media.

5B1136 Matematik 2, för I.

För betyg 3 (godkänt), 4 och 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng.

Samtliga behandlade uppgifter ska förses med utförlig lösning och motivering.

Lösningsförslag finns efter skrivningstidens slut på kurshemsidan.

Inga hjälpmedel!

1. Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan $e^z + zy^2 - x + y = 0$ i punkten $(2, 1, 0)$. (3p)

2. Transformera ekvationen $3x^2 + 8xy - 3y^2 = 8$ till huvudaxelform. (3p)

3. Transformera uttrycket $\dfrac{\partial f}{\partial x} + 2\dfrac{\partial f}{\partial y}$ med variabelbytet $x = u + 2v$, $y = 2u - v$. (3p)

4. Visa att de fyra vektorerna $(1, 0, 1)$, $(2, 1, 1)$, $(0, 1, -1)$ och $(1, 1, 0)$ alla är parallella med ett och samma plan. (3p)

5. Bestäm en linje (i parameterform) som ligger i planet $x + 3y - 5z = 7$ men som inte skär planet $-x + 2y - 3z = 5$. (3p)

6. Låt $f(x, y, z) = (\cos xy + e^{2z}, x^2y + \sin y + \sin z, x + xy + xyz)$. Avgör om f är inverterbar i en omgivning av punkten $(0, 0, 0)$ och bestäm i sådant fall inversens Jacobimatris i punkten som svarar mot $(x, y, z) = (0, 0, 0)$. (4p)

7. Bestäm en diagonalisering av matrisen $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 3 & -1 & 3 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ med ON-matriser. (4p)

8. Låt f vara en reellvärd funktion av två variabler. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. (Endast svar krävs. Rätt svar ger 1p, fel svar -1p. Dock kan man sammanlagt som minst få 0p på hela uppgiften.)
   a) Om f är kontinuerlig i en punkt så är f differentierbar i samma punkt.
   b) Om f har partiella derivator i en punkt så är f differentierbar i punkten.
   c) Om f har partiella derivator i en punkt så är f kontinuerlig i punkten.
   d) Om f är differentierbar i en punkt så är f kontinuerlig i punkten. (4p)

V.g. vänd!

9. Bestäm den punkt på kurvan $x^2 + 2xy + 4y^2 = 6$ som har störst y-koordinat. (4p)

10. Härled determinantvillkor för när ett linjärt ekvationssystem av typen

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = b_3 \end{cases}$$

har parameterlösning med precis en parameter. (4p)