

FÖRSLAG TILL TENTA I SIGNALER OCH SYSTEM FÖR E2

Exempeltenta för E2 5B1108K framtaget av Fredrik Andreasson. Observera att kursansvarige inte har haft någon hand i utformandet av detta förslag. Maxpoäng 30. Godkänt 16 poäng.

Uppgift 1. a) Finn ett andragradspolynom $f_2(x)$ som är ortogonalt mot $f_0(x) = 1$ och $f_1(x) = x - 1$ på $[0, 2]$. (2p)

b) Antag att x^3 är uppskattat med minsta kvadratavvikelse i f_0, f_1, f_2 med $c_1 f_0(x) + c_2 f_1(x) + c_3 f_2(x)$. Bestäm c_1 och c_2 . (1p)

Uppgift 2. Bestäm en sinus- eller cosinus-serie till $f(x) = x^3 - x$ över $[-1, 1]$. (3p)

Uppgift 3. Bestäm Nyqvistfrekvensen till $\text{sinc}(\frac{\omega_0}{\pi}t) \sin(\omega_1 t)$. (3p)

Uppgift 4. Ge komplexa fourierserien till $f(x)$ över $[-1, 1]$:

$$f(x) = 1 + x, \quad -1 \leq x \leq 0; \quad f(x) = 1 - x, \quad 0 < x \leq 1. \quad (3p)$$

Uppgift 5. Lös differentialekvationen

$$y'' + 4y = \sin 2x$$

med startvärden $y(0) = 1$ och $y'(0) = 1$. (3p)

Uppgift 6. Finn generella lösningen till differentialekvationen

$$y' + \frac{y}{x} = x^2$$

och avgör var lösningen är definierad. (3p)

Uppgift 7. Beräkna fouriertransformen av $e^{-|t|} \sin t$. (3p)

Uppgift 8. Antag att $f(t) = \text{sinc } 1000t$ samplas med $f[n] = f(nT)$ för något T . Tiden t mäts i sekunder.

(a) Rita upp fouriertransformen för $f[n]$ om $\omega_s = 1500\pi$. (2p)

(b) Bestäm Nyqvistfrekvensen och rita upp fouriertransformen för $f[n]$ då ω_s är större än Nyqvistfrekvensen. (2p)

(c) Hur länge måste man sampla för att noggrannheten i frekvensskattningen skall vara 0.01 Hz? Och hur många samplingsar blir det om vi samplar vid Nyqvistfrekvensen? (2p)

Uppgift 9. Bestäm energin hos $f(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}$. (Ledning: använd fouriertransformen av $e^{-|t|}$ samt Parsevals formel.) (3p)