

Lars Falk

Varför är Newtons och Coulombs lagar lika?

Newtons och Coulombs lagar är formellt lika, men jämförs ändå sällan med varandra. Historiskt sett har de rönt olika öden: gravitationen förklarade tidigt astronomiska observationer, medan elektricitet och magnetism bara med svårighet kunde studeras i 1700-talets laboratorier. I princip kunde Newtons och Coulombs lagar ha förklarats redan på 1600-talet, men utvecklingen gick i stället alltmer mot kraftverkan på avstånd.



GRAVITATION

Newtons äpple

Upptäckten av gravitationslagen inleder fysikens första storhetstid. Utan denna formel hade Newton inte kunnat tillämpa sina rörelselagar på några problem av intresse. Beräkningarna stämde förbluffande väl med astronomiska observationer och gav människan en ny syn på naturen. Hon tvingades vända sig ut mot universum och begrunda sin ställning i kosmos.

Stora upptäckter omges ofta av myter. Den mest kända är äpplet, som Newton nämnde några gånger på sin ålderdom. Voltaire med sin journalistiska begåvning fick världen att tro att äpplet ensam väckte Newton till insikt. När Byron skulle skildra Newtons geni utgick han självklart från denna händelse.

*And this is the sole mortal who could grapple,
Since Adam, with a fall, or with an apple.*

(Don Juan, Canto X)

Versen är spefull, men Newton skildras med vördnad. Det är knappast någon slump att Byron hämtat sin liknelse från skapelseberättelsen, för Pope hade gjort likadant hundra år tidigare.

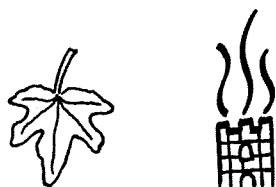
*Nature and Nature's laws lay hid in night:
God said 'Let Newton be!' and all was light.*

För engelsmännen var Skapelsen den enda måttstocken för Newtons verk. På kontinenten var man mer avvisande och det dröjde innan Newtons mekanik accepterades, delvis beroende på politisk rivalitet mellan England och Frankrike. Voltaire blev Newtons vapendragare under sin landsflykt i London på 1720-talet och drev en häftig kampanj mot kartesianerna i Frankrike. Hans sambo, markisinnan de Châtelet, översatte f. ö. *Principia* till franska 1740.

Berättelsen om äpplet visar åskådligt att krafter kan verka på avstånd. Voltaire fick sina läsare att glömma den gåta som sysselsatt Newton: Hur verkar krafter genom tomrummet? Och varför avtar kraften med kvadraten på avståndet? Myter och anekdoter spelar en större roll än fakta. De flesta vet att Newton såg ett äpple falla, och kanske också att han befann sig i en trädgård, därför att universitetet i Cambridge höll stängt på grund av pesten. Men varför är exponenten i kraftlagen 2 och inte 1.997 eller 2.001?

För att en teori ska bli trovärdig bör den vara begriplig. Newtons lag, $F = -G m_1 m_2 / r^2$, är enkel och vacker och fungerar i alla mätningar, men ingen förstod den. Trots detta blev den sinnbilden för en orubblig naturlag. Filosoferna var missnöjda: Hegel kritiserade häftigt Newtons lagar, utan att komma med några egna förslag. I en apokalyptisk vision såg han roten till det onda i äpplet, som vållat Adams och Trojas fördärv och hotade att dra filosofin med sig i sitt fall.

Dazu hat besonders jene Geschichte von dem Apfel beigetragen, der vor Newtons Augen zu Boden viel, wobei das Publikum ganz vergessen hat, dass der Fall des ganzen menschliches Geschlechts und hinterher auch der Fall Trojas seinen Anfang mit einem Apfel genommen hat, – auch für die philosophischen Wissenschaften ein böses Omen.

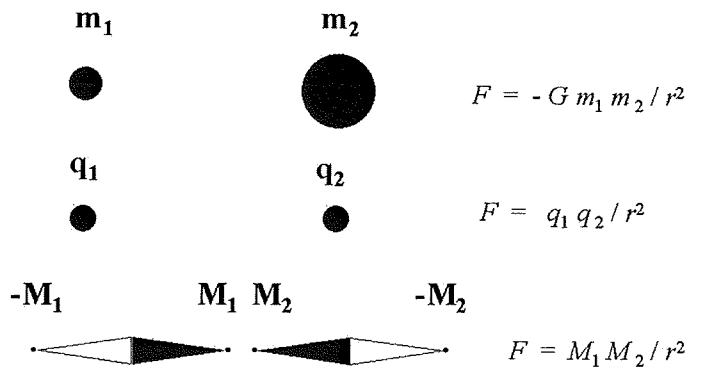


Descartes' filosofi

Moderna läsare betraktar *Principia* som höjdpunkten på 1600-talets vetenskap, men Newton hade siktat högre. Han ville skapa en mekanisk modell för hela universum, byggd på filosofiska principer. I Descartes' filosofi var rymden fylld med kolliderande partiklar, som bildade virvlar, som i sin tur drog planeterna med sig. Newton lockades av denna dynamiska modell, men som den mästare han var kände han sin begränsning.

Newton lät sig sällan lockas till tomma spekulationer. Fransmännen ansåg att han undvek frågan om hur kraften utbreder sig genom rymden och återgick till de ockulta principer, som Descartes förkastat. Huygens hade redan kritiserat Newtons färgteori för att den inte förklarade färgerna mekaniskt. Nu ansåg han den nya principen om attraktion mellan kroppar absurd, medan Leibniz uttryckte sin förvåning över att Newton inte förklarade formeln med Descartes' virvlar.

Newton pragmatiska synsätt visade sig överlägset, när de astro-



Figur 1. Krafterna mellan massor, elektriska laddningar och magnetiska poler avtar enligt samma formel: Newtons och Coulombs lagar. Inga magnetiska poler är kända, men de kan användas för att beskriva fälten kring magneter och spolar.

nomiska mätningarna fällde utslaget. De filosofiska funderingarna hamnade i skuggan, fast ingen visste varför naturen föredrog Newtons formel. Det dröjde femtio år innan Newtons lag accepterades i Frankrike. När Coulomb hundra år efter Newton, 1785, visade att den elektriska kraften följer samma lag saknades fortfarande en förklaring. Frågan om varför dessa lagar liknar varandra förbigås fortfarande med tystnad i undervisningen.

Newtons avståndslag

Coulomb mätte kraften mellan elektriska laddningar och även mellan magneter. Kraften mellan stavmagneter tillskrev han poler i vardera ändan av magneten. Coulomb visade att polerna påverkar varandra enligt samma lag som elektriska laddningar (figur 1). Även om de tre krafterna följer samma lag finns det betydande skillnader. Gravitation är en svag men stabil kraft; den passerar alla hinder, medan statisk elektricitet är opålitlig i försök och skärmas av metaller.

Newtons egna försök med magneter tydde på att kraften avtar med kuben på avståndet, tydligen därför att han lät magnetens båda ändar inverka på experimentet. Newton kom inte till någon entydig slutsats, och nämnde elektriska och magnetiska krafter främst för att visa att krafter i tomrummet är möjliga. Bara gravitationen gav exakta resultat. Så uppkom bilden av solsystemet som ett urverk, fast astronomerna undrade om urverket verkligen var stabilt. Planeternas ömsesidiga inverkan borde bringa olag i systemet. Newton antog att Gud då och då grep in och ruckade sitt verk, men alla kunde inte acceptera denna uppfattning.

Newtons formel, $F = -G m_1 m_2 / r^2$, är förrädisk enkel. Kepler hade påpekat att ljusstyrkan avtar proportionellt mot den belysta ytan; för en punktkälla innebär det att belysningen avtar med kvadraten på avståndet. Både Newton och Hooke försökte förklara tyngdkraften genom att införa partiklar eller vågor, som strömmade ut eller in från kropparna, men utan framgång.

I *Principia* införde Newton gravitationslagen ur observationer.



Christian Huygens (1629–1695) gjorde stora insatser som matematiker, fysiker och astronom i mitten på 1600-talet. Han byggde upp mekaniken enligt andra principer än Newton, men trots att hans resultat var många och imponerande är de mer isolerade än Newtons.

Formeln prövades på planeter och månar och Newton visade att Keplers lagar gäller överallt i solsystemet. Newtons teori förklarade mycket mer än Descartes' solvirvel. Kometerna drevs runt av solen, fast de rör sig i excentriska banor. Tidvattnet och jordens tillplattning var andra fenomen, som fick sin förklaring. Samtiden var mest imponerad av att Newton kunde förklara fenomen, som ingen grubblat över, t. ex. vårdagsjämningspunktens förflyttning.



Newtons insikt att gravitation är ett universellt fenomen kom knappast förrän han skrev *Principia*. Dessförinnan sökte han och alla andra en mekanisk förklaring till gravitationen. Newton härledde avståndslagen som ung student genom att jämföra månens acceleration med äpplets fall mot marken. Beräkningen var långt ifrån exakt och Newton tillskrev den ingen betydelse. Accelerationerna var omvänt proportionella mot kvadraten på avstånden till jordens centrum, men detta var ett artificiellt val, för Newton hade inte beräknat kraften på ett äpple vid jordytan. Han publicerade ingenting, men andra var redan hemligheten på spåren.

Keplers tredje lag

När en planet rör sig i cirkelbana måste centrifugalkraften balansera solens dragningskraft i det roterande koordinatsystemet.

Gravitationslagen

För en planet i en cirkulär bana med radien r och omloppstiden T :

$$\text{Hastigheten: } v = 2\pi r/T$$

$$\text{Centrifugalkraften: } F = m v^2/r$$

$$\text{Keplers tredje lag: } T^2 = K r^3$$

Centrifugalkraften och centripetalkraften balanserar varandra,

$$F_g = F_c$$

Om K och C är godtyckliga konstanter finner man

$$F_c = m v^2/r = m (2\pi)^2 r/T^2 = C/r^2.$$

Gravitationskraften är alltså $F_g = C/r^2$

Wren, Halley och Hooke insåg liksom Newton att en planet som lyder Keplers tredje lag attraheras av en kraft, som avtar med kvadraten på avstånden.

Elliptiska banor

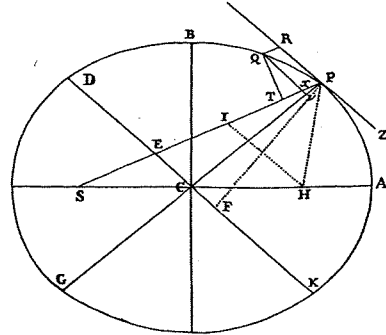
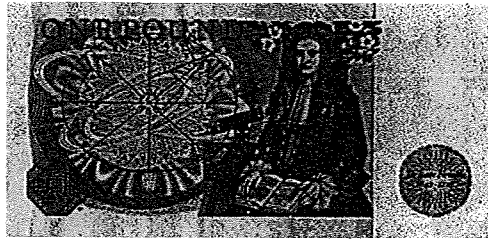
Newton härledde formeln för centrifugalkraften och sambandet med Keplers tredje lag 1669. Han var inte road, när Hooke tjugo år senare påpekade att han borde nämnas som gravitationslagens upptäckare i *Principia*. Hooke hade under 1670-talet flera gånger föreslagit att kraften avtar med kvadraten på avståndet, men hans motiveringar var oklara. Förhållande mellan Newton och Hooke blev allt sämre med åren, men Hooke tycks ha haft samma effekt som ett gruskorn har på en mussla: genom irritation skapade han en pärla.

Problemet var att beräkna banan, när den inte var cirkulär. Ett brev till Hooke (som kan ses i biblioteket på Trinity College, Cambridge) visar att Newton 1679 ansåg att en partikel borde falla i spiral in mot den roterande jordens centrum. Hooke påpekade hans misstag och Newton räknade förtretad ut den riktiga banan, utan att meddela Hooke resultatet. Diskussionerna mellan Wren, Halley och Hooke var fruktlösa, och Halley sökte slutligen upp Newton 1684 för att be honom räkna ut banan när kraften är $F = C/r^2$.

Newton meddelade genast att banan är en ellips med solen i fokus. Halley har berättat att Newton inte kunde hitta sin beräkning, men den har återfunnits bland Newtons manuskript. Intressant nog var den felaktig; Newton rättade till den, men Halleys besök hade utlöst en lavin. Inom två månader skickade Newton den uppsats, som med Halleys stöd växte ut till *Principia*. Halley bekostade tryckningen av verket, trots att han inte var någon rik man och i motsats till Newton hade en familj att försörja.

Newton och Feynman

Newton visste att krafter som verkar i tomrummet skulle bli en stöttesten för många läsare. Han försökte bemöta invändningarna genom att vända på härledningen: i stället för att lösa rörelseekva-



Figur 4. Den engelska enpundssedeln 1978–84 visar Newton under ett äppelträd med *Principia* uppslagen framför sig. Ellipsen är hämtad från Proposition XI, där Newton härleder gravitationslagen, men konstnären har placerat solen i centrum i stället för i fokus (S).

tionen bestämde han den kraft, som får en planet att röra sig i ellips. Om kraften är riktad mot fokus avtar den med kvadraten på avståndet. Newtons bevis har väckt många invändningar, men det försvarades ivrigt av Vladimir Arnold (A i KAM-teoremet) vid 300-årsjubileet 1987. Arnold påpekade att beviset är korrekt, och att Newton dessutom kunde mer matematik än många av sina kritiker.

Under årens lopp har det kommit många nya härledningar. Newtons kraft har nämligen egenskaper, som gör att banan kan beräknas på flera olika sätt. Läsare av *The Feynman Lectures on Physics* har nog förvånat sig över att det saknas en härledning av planetbanan. Feynman gav en ovanlig variant, men denna föreläsning har först nu kommit i tryck. Tyvärr har förlaget tjänjt ut det enkla beviset till en hel bok – ett märkligt sätt att hedra en stor pedagog.

Enpundssedeln

Bank of England råkade värre ut, när Newton skulle porträtteras på enpundssedeln 1978 (figur 4). Newton avbildades med prisma och teleskop under ett blommande äppelträd; framför honom ligger *Principia* uppslagen vid Proposition XI, som löser problemet med elliptiska banor. Bokens figur återges förstörad bredvid Newton, och bakom den har gravören antytt ett planetsystem med hjälp av ett maskingraverat mönster. Tyvärr ligger solen i centrum i stället för i fokus, vilket en skarpsynt person i Stockholm påpekade 1983. Sedeln drogs in 1984 och ersattes med ett mynt – ironiskt nog med tanke på att Newton var chef för det engelska

myntverket i närmare trettio år. Hans eget verk berövade honom därmed äran av att pryda en sedel.

MEKANISKA MODELLER

Krafter i tomrummet

Invändningarna mot Newtons lag gällde framför allt kraftens ursprung. Den gamla tanken att naturen skyr tomrum – *horror vacui* – levde vidare i Descartes' filosofi, där krafter förmedlas genom kollisioner mellan tätpackade partiklar. Krafter i tomrummet betraktades som ett steg tillbaka mot medeltidens mystik. De flesta föredrog Descartes' virvlar och Newton skrev själv till Bentley:

That gravity should be innate, inherent, and essential to matter, so that one body may act upon another, at a distance through a vacuum, without the mediation of anything else, by and through which their action and force may be conveyed from one to another, is to me so great an absurdity, that I believe no man who has in philosophical matters a competent faculty of thinking, can ever fall into it.

Vilket var detta medium? Newton ansåg att det kunde vara Gud, men aktade sig noga för att berätta för någon om sin religiösa tro. Newtons ställning var svår, eftersom han i hemlighet förnekade treenigheten. I motsats till andra trodde han inte heller på eterns existens. Boyle hade visat att en pendel bromsas upp i ett lufttomt kärl och tillskrev detta inverkan av etern. I ett mästertligt försök visade Newton att Boyles pendel var undermålig och bromsades upp av sin egen upphängning. Newton belastade en lång pendel med olika tyngder och visade att luften svarar för hela inbromsningen. Hans försök motiverades av att planeterna inte tycks bromsas upp i sina banor.

Newtons favoritelev Fatio ville förklara gravitationen med en komplicerad eter teori, men mästaren såg bara skeptiskt på. Newtons lag var empirisk och ett enda motexempel skulle i princip ha vederlagt den: en avvikelse kan inte bortförklaras, om ingen vet hur formeln uppkommer. Månens bana var ett sådant fall och stämde aldrig riktigt med beräkningarna. Newton har sagt att detta problem var det enda som gav honom huvudvärk – ganska naturligt med tanke på att kropparsproblemet är olösligt i allmän form.

Fransmannen Clairaut förklarade slutligen 1745 att gravitationslagen måste modifieras för att förklara månens bana. Han föreslog en liten korrektion av formen $1/r^4$, men två år senare upptäckte Clairaut att han själv, Euler och d'Alembert alla räknat fel. Avståndslagen var räddad för ögonblicket, men ingen betraktade den tydligen som helig.

Enkelhet

Kant och Buffon ansåg att Newtons lag hänger samman med rummets tre dimensioner. I princip hade de rätt, men deras argument



Perihelium är den punkt i banan, där en planet befinner sig närmast solen.

höll inte måttet. Newtons lag verkar utvald genom sin enkelhet, men enkelheten är komplicerad. Det dröjde länge innan man kunde visa att Newtons lag är den enda som har följande egenskaper.

1. Ett homogent sfäriskt skal verkar utanför skalet som om massan vore koncentrerad i centrum; tyngdkraften inuti skalet är noll (Newton 1685);
2. Planeterna rör sig i slutna banor med perihelium i fixt läge (Newton 1684);
3. Omloppstiden beror endast på storaxelns längd (observerat av Kepler 1618);
4. Entydighetssatsen gäller bara för Newtons potential.

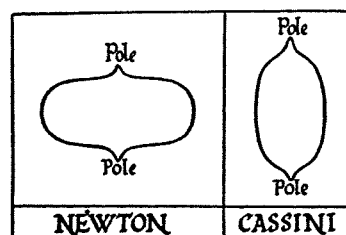
Det är oklart om dessa egenskaper kan användas för att motivera Newtons lag eller förklara dess innebörd. Argument baserade på enkelhet är alltid tveeggade, eftersom en jämförelse kräver alternativ. Ett sådant kom först med Einsteins teori 1915, men det är meningslöst att fråga om hans teori är »enklare» eller »vackrare» än Newtons. Einsteins teori förklarar ju Newtons formel och innehåller den dessutom som ett specialfall.

Maupertuis' mätning

En stormig debatt avgörs ofta av ovidkommande argument. Descartes' virvlar kunde inte förklara några fenomen, men lärdes ut vid alla universitet i början på 1700-talet. Dispyten med Newton avgjordes inte förrän 1736, när Maupertuis och Clairaut mätte jordens tillplattning vid polerna. Den franska expeditionen till Lappland väckte uppseende i hela Europa. En kombination av höga syften och exotiska resmål är oöverträffad, när det gäller att stimulera intresset, och de franska berättelserna om livet i Torneå och kärleksäventyr under midnattssolen cirkulerade vida omkring. Det är ingen slump att Linné vid samma tid visade upp sig i Holland iförd lappdräkt och trolltrumma från sin Lapplandsresa 1732.

Som *experimentum crucis* var Maupertuis' mätning av måttligt värde. Det var oklart vilket resultat Descartes' teori borde ge, men figur 5 visar samtidens uppfattning. Jämfört med Newtons bevis i *Principia* var tillplattningen en obetydlig effekt, men de båda lägren hade enat sig om att striden skulle avgöras på detta sätt. Principen var densamma som användes förr i världen, när två arméer valde ut varsin kämpe och lät dem avgöra striden i envig. Sådana mätningar får ett symboliskt värde, även om de inte påverkar förhållandet i sak. Voltaire ogillade Maupertuis och skrev att Newton kunnat bevisa detta utan att resa sig ur stolen.

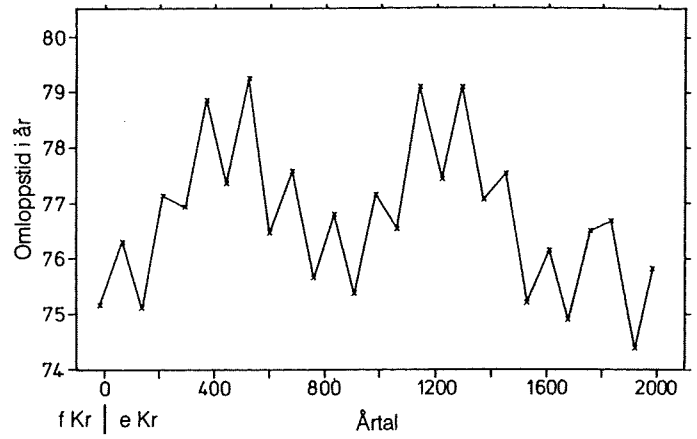
*Vous avez confirmé dans des lieux pleins d'ennui
Ce que Newton connut sans sortir de chez lui.*



Figur 5. En fransk teckning från 1700-talet visar jordens form enligt Newton och Cassini. Den franska expeditionen till Lappland 1736 gav nya bevis för Newtons lag.

Det motstånd som fanns kvar bröts när Halleys komet återvände 1759. Halley hade förutspått 1758, men Clairaut, Lalande och Madame Lepante lyckades med hjälp av Newtons lag beräkna den försening, som vållades av Jupiter och Saturnus (figur 6).

4
b

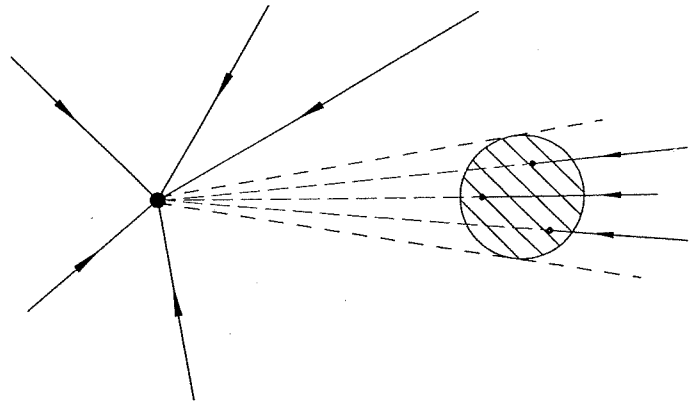


Figur 6. Ur historiska observationer drog Halley slutsatsen att kometen 1682 borde återkomma 1758. Omloppstiden varierar på grund av inverkan från Jupiter och Saturnus, men Clairaut och Lalande lyckades visa att kometen skulle återkomma våren 1759 (diagram ur P. Moore och J. Mason: *Halleys komet* (Natur och Kultur 1984)).

Triumfen var total, när kometen dök upp med bara en månads fel. Kraftverkan på avstånd var slutgiltigt accepterad, fast tiden egentligen var mogen för fältteorier.

Le Sages modell

Det saknades inte förslag till mekaniska förklaringar av gravitationen. De flesta är tröttsam läsning och bygger på tomma spekulationer om eterns inverkan på materien. Etern borde vara tunn, eftersom den inte observerades, men den utövade tryck på kropparna genom strömning och friktion i porerna. Beräkning av kraften krävde kunskap av materiens struktur, och det trasslade till teorierna åtskilligt.



Figur 7. Le Sage förklarade Newtons gravitationslag med att okända partiklar bombarderar massorna från olika håll. Kroppen till vänster erfar en kraft riktad åt höger, eftersom partiklar från höger skärmas bort. Skärmningen är proportionell mot rymdvinkeln, vilket ger ett avståndsberoende enligt Newtons lag.

Den mest uppmärksammade modellen lanserades 1750 av Le Sage (1724–1803). Han antog att okända partiklar strömmar genom rymden och då och då kolliderar oelastiskt med materien. Denna gas utövar en kraft, som är noll på isolerade kroppar, men två kroppar erfår attraktion på grund av ömsesidig skärmning. Om kropparna är små jämfört med avståndet blir skärmningen omvänt proportionell mot kvadraten på avståndet, som figur 7 visar.

I solsystemet är alla avstånd stora och avståndslagen blev en stor triumf för Le Sage. Problem uppstod på jorden, där kropparna är nära varandra. Massberoendet kräver att skärmningen är proportionell mot massan; å andra sidan får bara en liten del av partiklarna absorberas, om alla delar av en kropp ska verka lika. Le Sage arbetade på sin teori livet ut, men kom aldrig vidare.

Le Sage försökte förklara alla krafter genom skärmning. Han antog att massan i en kropp är fördelad i tunna trådar, för närbelägna trådar dras då till varandra, vilket skulle förklara materiens kohesion. För att få sina beräkningar att stämma måste Le Sage gradvis tunna ut sin gas, men han kompenserade detta genom att öka partiklarnas hastighet. Le Sage betraktade friheten att välja parametrar som en fördel, men andra var mer kritiska och Euler förlöjligade hans teori.

Elektriska och magnetiska krafter passade aldrig in i Le Sages schema, eftersom lika laddningar stöter bort varandra. Le Sages modell levde länge som en aktad, men inte särskilt trovärdig kandidat. Den återupptäcktes gång på gång, när någon ville förklara avståndsberoendet på mekanisk väg. Stora svårigheter uppstår om massorna rör sig, för om kollisionerna sker osymmetriskt bromsas kropparna upp; någon sådan effekt har aldrig observerats.

Melanderhjelm

Ett argument av annat slag kom från professorn i astronomi i Uppsala, Daniel Melanderhjelm. Han insåg att Newtons lag var den enda som kunde trygga solsystemets stabilitet, och antog att den valts av Gud vid Skapelsen. Melanderhjelm trodde att solsystemet ändå var dömt att falla sönder på lång sikt och råkade i gräl med teologerna, som ansåg att han hädade Gud för bristande framsynthet. Melanderhjelm hälsade med glädje Laplaces undersökningar på 1780-talet, som tycktes visa att solsystemet är stabilt. De långsamma variationer som observerats i planeternas banor visade sig vara periodiska, men senare insåg man att detta inte garanterar solsystemets fortbestånd: serierna kan vara divergenta.

Det är ändå anmärkningsvärt att Newtons lag gör solsystem närgorlunda stabilt. Alla andra krafter skulle bryta ner systemet och skingra planeterna. Frågan om solsystemets stabilitet blev åter aktuell under 1980-talet, när stora numeriska beräkningar visade att solsystemets framtid inte låter sig beräknas. Plutos bana är nämligen kaotisk över tider på några hundra miljoner år. De stora planeternas rörelse är stabil under mycket längre tid, men de påverkas till slut av det kaotiska elementet.



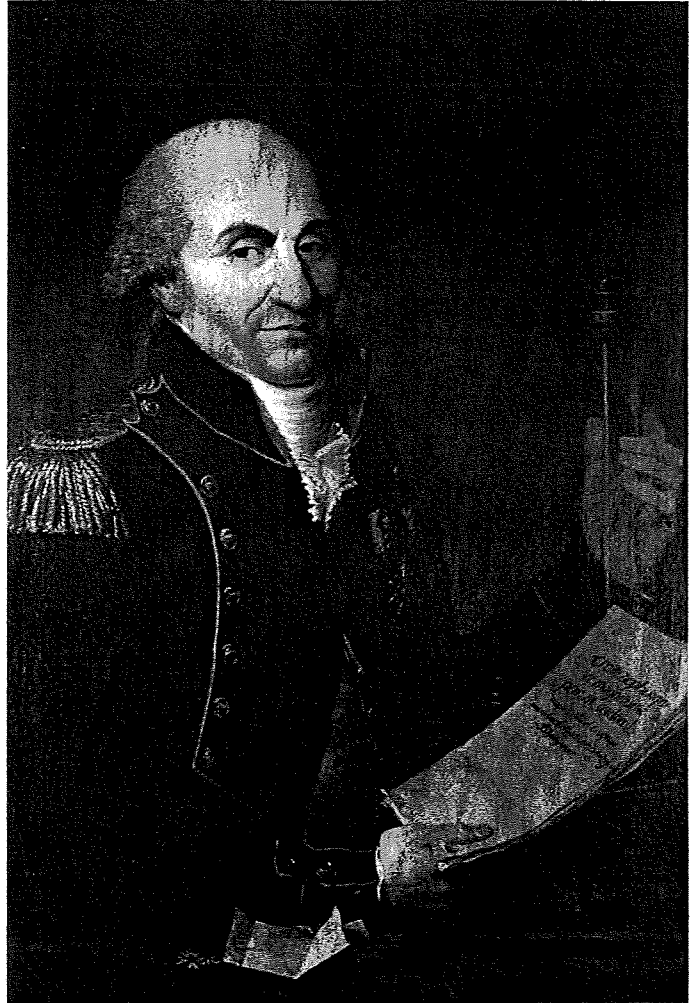
Daniel Melanderhjelm (1726–1810) blev professor i astronomi i Uppsala efter en av de osmakligaste tillsättningsprocedureerna i svensk universitetshistoria enligt Sten Lindroth. Han var en fåfång, men glad och vänsäll person, som gjorde goda insatser som läroboksförfattare och teoretiker.

Paleys teologi

Laplace dröm var förfelad, men ingen visste ännu detta. Laplace förklarade stolt att allt kunde förutsägas av den som kände begynnelsedata. Determinismen blev en religiös och filosofisk fråga. Laplace framträdde som ateist, men hans analys av solsystemet tycktes visa att universum är ändamålsenligt inrättat. Detta argument blev populärt genom Paleys bok *Natural Theology* (1802) Paley hämtar sina flesta exempel från biologin, där han överallt förnimmer skaparens närvaro. Alla varelser är skapade med förutseende, i synnerhet i England. Paleys bok kan fortfarande läsas med behållning, men nu som en inledning till Darwin.

Paley gav åtskilliga argument för gravitationslagen, men det viktigaste var att Newtons lag är den enda som bevarar jordbanan och skyddar livet på jorden. Banan varierar periodiskt, men variationerna är så små att det är ovisst om de kan påverka livsprocesserna. Först i modern tid har mätningar visat att klimatet i någon mån följer banans variationer.

Paley nämner aldrig Newton vid namn. Han misstänkte nog Newton för irrläror, men denne tänkte i liknande banor. »*I had an eye on such Principles as might work wth considering men for the belief of a Deity*» skrev Newton han och ingen princip var viktigare för honom än gravitationslagen.



Coulomb (1736–1806) var mariningenjör och verkade i tio år i kolonierna med att bygga befästningar och hamnanläggningar. Han återvände med förstörd hälsa till Paris, där han ägnade sig åt fysikaliska mätningar. Coulombs arbetade främst med friktion och på detta område har han formulerat alla klassiska lagar. På porträttet är han avbildad med torsionsvägen i handen.

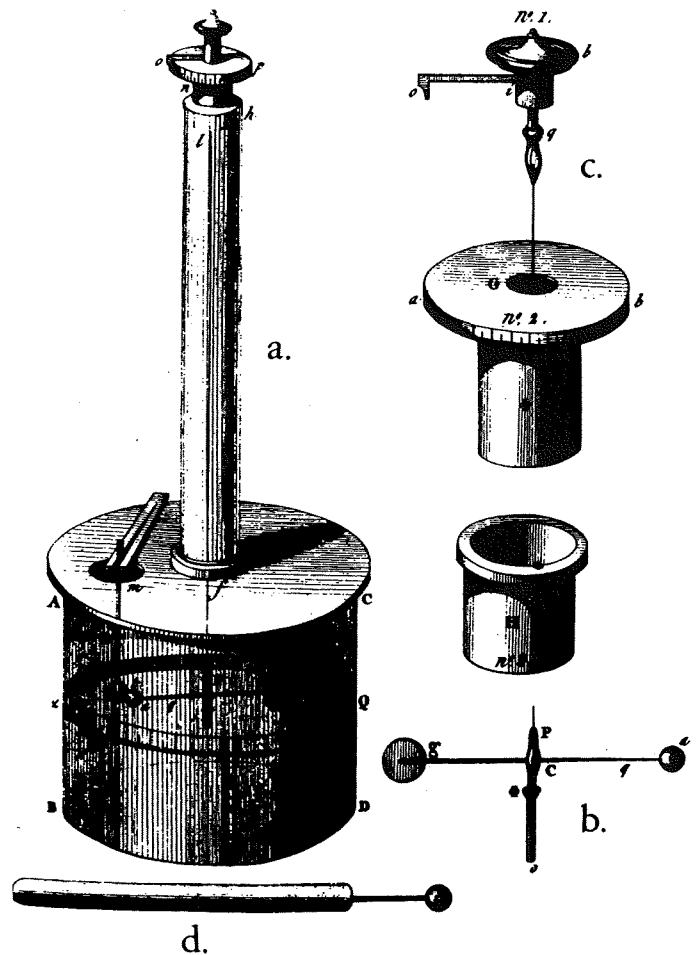
ELEKTRICITET OCH MAGNETISM

Coulombs lagar

Föreställningarna om elektricitet och magnetism var förvirrade i början på 1700-talet. Instrumenten räckte i princip till för att bestämma avståndslagen, men läckströmmar och inducerade laddningar gjorde resultaten nyckfulla. Forskarna begick många misstag när laddningen och dess plats i en kropp skulle mätas, och avståndslagen bestämdes bara i grova termer.

Coulombs mätningar

Coulombs försök utfördes omkring 1785 och led av samma svaghet som tidigare experiment. Coulombs torsionsväg anses vara det

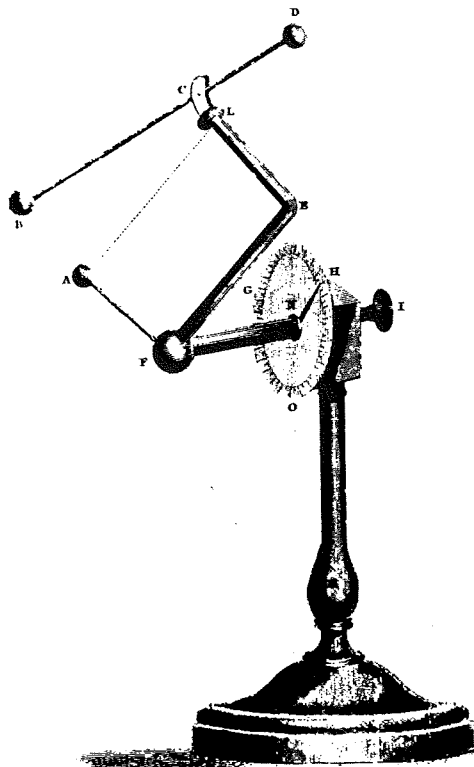


Figur 8. Coulomb bestämde med en torsionsvåg kraften mellan elektriska laddningar och mellan magneter 1785. En tysk rekonstruktion av apparaten har visat många felkällor och det tveksamt om Coulomb någonsin bevisade att exponenten är 2 i Coulombs lag.

mest avbildade av alla instrument i fysikens historia (figur 8). Vågen var känslig, men instabil. Coulombs avsikt var ursprungligen att mäta magnetfältet för att bestämma longituden till sjöss, men systemet visade sig känsligt för statisk elektricitet. Coulomb utvecklade då sin kompass till ett mätinstrument för elektricitet, men den förblev mycket instabil.

Det är osäkert om Coulomb någonsin verifierade sin lag. Tyska fysiker har upprepat försöken genom att bygga en kopia av torsionsvågen enligt Coulombs anvisningar. Försöket avslöjade många svagheter: Coulomb upptäckte själv att vågen påverkades av luftdrag och laddades ur snabbt och försökte minska dessa fel. Andra förbisåg han helt: då observatören gick fram för att läsa av instrumentet inducerades laddningar, som påverkade utslaget. Coulomb antog också att laddningen i stora sfärer kan tänkas koncentrerad i centrum, vilket är oberättigat.

Coulomb antog att den elektriska kraften följer gravitationsför-



Figur 9. John Robison mätte långt före Coulomb den elektriska kraften som funktion av avståndet med detta enkla instrument. Han fann exponenten 2, men publicerade inte sina resultat.

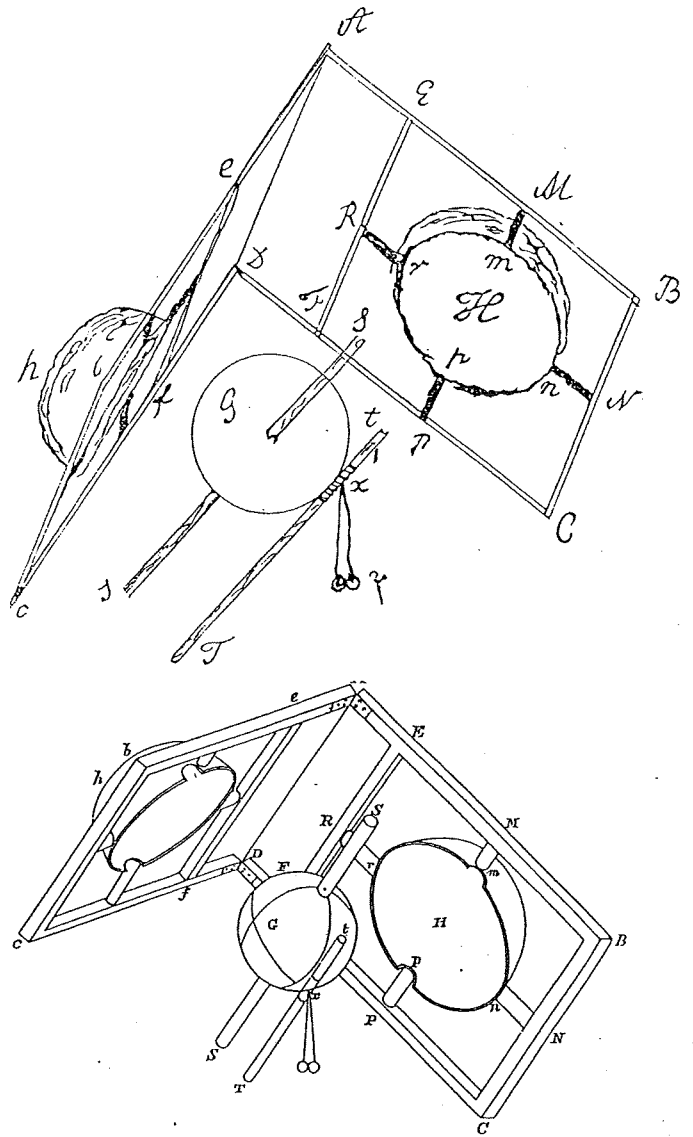
meln och bekräftade sin hypotes så gott det gick. Försöket var framgångsrikt, därför att Coulomb utförde en direkt mätning. Han visade att kraften beror på laddningens storlek och att laddningen är additiv. Coulomb förtjänar i högsta grad att ha gett sitt namn åt enheten för laddning, men hans publicerade försök bevisar knappast Coulombs lag.

Cavendishs försök

Formeln för kraften hade redan bestämts av John Robison (1739–1805) med det enkla instrumentet i figur 9. Robison fann omkring 1770 en exponent 2.06, som han rundade av till 2. Dessa mätningar förblev länge okända och fransmännen hann ge Coulomb äran av kraftlagen.

Cavendish hade redan 1771 utfört ett försök, som med stor noggrannhet visade att exponenten i kraftlagen är 2. Först 1879 beskrevs hans mätning av Maxwell, i samband med att familjen Cavendish donerade en summa pengar till det nystartade Cavendishlaboratoriet i Cambridge. Även om Maxwell hade vissa förpliktelser mot familjen Cavendish var uppgiften välkommen, och han beskrev noggrant Cavendishs försök i sina egna skrifter.

Cavendish fick möjligen idén till sitt experiment från Priestley, som hade sänkt ner ett elektroskop i en bur av metall och noterade



Figur 10. Cavendish visade 1771 att för elektriska laddningar är exponenten i kraftlagen mycket nära 2. Hans skiss av apparaturen kan jämföras med en ritad figur ur Maxwells bok om försöken från 1879.

att kraften mellan bladen tycktes försvinna. Detta påminner om att gravitationskraften är noll i ett sfäriskt skal, men det är oklart om Priestley insåg skillnaden: det elektriska fältet är noll, oavsett hur metallburen ser ut (Faradays bur). Cavendish utförde försöket med stor noggrannhet och han analyserade det i detalj, men publicerade tyvärr ingenting.

Cavendish omgav en laddad sfär med en ledare och kopplade ett ögonblick samman dem med en metalltråd (figur 10). När den yttre ledaren avlägsnats mätte han den kvarvarande laddningen och visade att den var noll. Cavendishs matematiska analys visade att detta bara är möjligt om exponenten $p = -2$ i kraftlagen. Han

uppskattade dessutom felet till mindre än 2%. Maxwell gjorde om experimentet med ökad noggrannhet, 1/21 000. Moderna experiment bygger på samma princip, men felet har reducerats till 10^{-16} . Därmed är Coulombs lag en av de naturlagar, som verifierats med störst noggrannhet.

Magneter

Coulomb hade funnit att en stavmagnet uppträder som om två magnetiska laddningar är placerade i vardera ändan. Kraften mellan dessa poler följde samma lag som de elektriska laddningarna och Newtons massor (figur 1). Coulomb mätte kraften med sin torsionsvåg, men han visade också att den magnetiska kraften kan bestämmas ur nålens svängningstid i ett yttre fält.

Coulomb ställde en liten magnet på olika avstånd från en stor magnet och bestämde tiden för svängningarna. Tiden var lätt att mäta och resultaten blev pålitligare än för elektriska laddningar. Coulomb använde långa, nålformiga magneter för att hålla polerna åtskilda och mätte kraften mellan polerna på olika magneter. Denna enkla åtgärd säkrade hans framgång. Coulomb teoretiska beskrivningar är naiva och han var i första hand en god experimentator.

Ampères lag

Coulombs verksamhet avbröts av den franska revolutionen. Hans lagar accepterades bara långsamt, och Volta vägrade att erkänna dem. Först när Poisson uttryckte Coulombs lag i matematisk form vaknade intresset. Poisson införde den potential Laplace använt för gravitation, och formulerade Coulombs lag som Poissons ekvation. Detta påverkade inte tron på kraftverkan på avstånd. De franska matematikerna införde gärna godtyckliga krafter mellan partiklar för att förklara fenomen i fasta kroppar.

De experimentellt anlagda forskarna övergick till att studera Voltas batteri och de nya elektriska strömmarna. Örsteds och Faradays upptäckter rubbade inte heller tron på kraftverkan på avstånd. Ampère visade att kraften mellan strömelement också är omvänt proportionell mot kvadraten på avståndet. Han drog den djärva men korrekta slutsatsen att alla magneter består av strömmar. Newtons tredje lag gällde bara om strömslingorna var slutna, men Riemann och Weber försökte råda bot på detta genom att införa hastighetsberoende potentialer.

Faraday var den ende som betraktade elektriska och magnetiska fält som verkliga kvantiteter. Hans skrifter stimulerade Maxwell att söka efter ekvationer för fälten, men det är mindre bekant att Maxwell också påverkades av Thomson (senare Lord Kelvin). Thomson lyckades 1853 transformera energin i en grupp magneter till ett uttryck enbart i fältet. Han tolkade formeln så att magnetisk energi är kinetisk energi, som uppstår när eternas partiklar utför roterande rörelser. Maxwell frigjorde sig gradvis från denna föreställning, och hans ekvationer innehöll till slut bara fält och strömmar.

Thomsons formel

Thomson tänkte sig magneterna som en uppsättning magnetiska poler, q_i , placerade i en variabel magnetisk potential ϕ . Ett sådant system har energin

$$U = \frac{1}{2} \sum q_i \phi$$

Poissons ekvation $\nabla^2 \phi = -\rho$, uttrycker också för magneter avståndsberoendet i Coulombs lag. Potentialen beror på (den fiktiva) poltäteten ρ . Integralen $\frac{1}{2} \int B^2 dV$ kan uttryckas i potentialen, om fältet $B = -\Delta\phi$ skapas enbart av polerna själva.

$$U = \frac{1}{2} \int B^2 dV = \frac{1}{2} \int \nabla \phi^2 dV = \frac{1}{2} \int \nabla(\phi \nabla \phi) dV - \frac{1}{2} \int \phi \nabla^2 \phi dV$$

Den första integralen försvinner, när den förvandlas till en ytingegral enligt Gauss' sats. Den andra termen ger det önskade uttrycket,

$$U = \frac{1}{2} \int \phi \rho dV = \frac{1}{2} \sum \phi q_i$$

Magneternas energi beror alltså bara på magnetfältet B ,

$$U = \frac{1}{2} \sum \phi q_i = \frac{1}{2} \int B^2 dV$$

Thomsons härledning återfinns i alla moderna läroböcker, men nu för elektriska laddningar. Många läroböcker påstår att fältet inte behövs, om laddningarna är statiska, men även i detta fall bestäms kraften av fältet. Maxwell insåg detta redan 1864, när han fann ekvationerna för det elektromagnetiska fältet. Han försökte finna ett liknande uttryck för energin i ett gravitationsfält. Faraday hade drömt om att knyta gravitationen till de elektriska och magnetiska fenomenen och Maxwell ville förverkliga hans dröm. Skenbart var det lätt att ge en formel för energitäthet. I ett gravitationsfältet måste energitätheten vara kvadratisk i fältet, likaväl som i ett magnetfält \mathbf{B} .

$$\sigma(B) = a - b B^2$$

Svårigheten är att den kvadratiske termen blir negativ om kraften är attraktiv, $b > 0$. Maxwell gav upp här, för han ansåg att energin måste vara positiv, vilket aldrig är fallet om fältet B är starkt. Misstaget gjorde ingenting, för gravitationen kan inte förklaras på detta sätt. I grund och botten är gravitationen ett icke-linjärt fenomen, medan Newtons och Coulombs lagar bara gäller för svaga fält. Då är fälten linjära och energin kvadratisk och detta räcker i princip för att förklara Newtons och Coulombs lagar.

ASTRONOMISKA UPPTÄCKTER**Störningsräkningarnas tid**

Under 1800-talet förbättrades mättekniken och det medförde nya upptäckter. Teleskopen skötes av forskare med matematisk utbildning, som gärna studerade små avvikelser. De flesta astronomer betraktade Newtons formel som en empirisk lag, där exponenten i princip kunde skilja sig från 2, men gränserna blev allt snävare efter nya mätningar.

Dubbelstjärnor och asteroider

De första dubbelstjärnorna upptäcktes vid sekelskiftet 1800. De bekräftade Newtons föreställning att gravitationen är ett universellt fenomen. Snart hade astronomerna visat att dubbelstjärnorna följer Keplers lagar och att Newtons lag gäller i kosmos.

I början på 1800-talet upptäcktes småplaneterna mellan Mars och Jupiter. De var svåra att följa och upptäckarna tappade ibland bort dem. Gauss löste problemet genom att införa minstakvadratmetoden och använde den med framgång på Ceres, Pallas, Juno och Vesta. Även dessa himlakroppar följde Newtons lagar och solsystemet fick alltmer status som ett urverk.



Kometer

Kometerna är svåra att kartlägga, eftersom de är osynliga i större delen av sin bana. Komet Encke har en omloppstid på 3,3 år och kan studeras oftare. Encke fann 1819 att kometen inte följer den beräknade bana utan återkommer 2,5 timme för tidigt varje varv. Detta kunde bero på avvikelser från Newtons lag, men Encke ansåg att kometen bromsade upp av eter. Så småningom insåg astronomerna att effekten beror på kometens rotation. Det finns nämligen både kometer som ökar och minskar sin period. Enckes komet roterar i riktning mot banrörelsen och bromsas av de gaser som ångar av från ytan.

Redan 1798 hade Cavendish mätt kraften mellan två blykulor med en torsionsväg. Hans försök eliminerade alla de teorier som förutsatte att gravitationen är ett kosmiskt fenomen. Moderna mätningar har prövat lagen på mellanliggande avstånd, för det har kommit en del förslag om att teorin måste modifieras på grund av kvanteffekter. Inga sådana avvikelser har observerats, utan Newtons lag tycks gälla för alla avstånd.

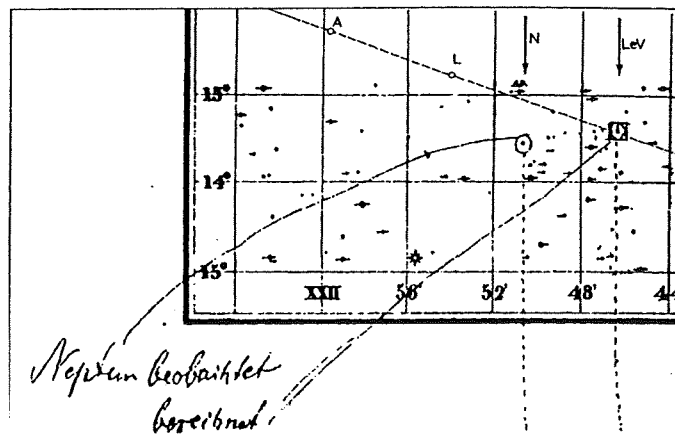


Neptunus

Adams och Le Verrier

Upptäckten av planeten Neptunus 1846 beskrivs ofta som en lysande triumf för Newtons lag. Planeten Uranus upptäcktes av Herschel 1781, men avvek snart från sin beräknade bana. Detta gällde särskilt äldre observationer. Deras värde tonades ner, men snart följde banan inte heller nya data. George Airy, Astronomer Royal i Greenwich, ansåg som många andra att avvikelserna kunde bero på att Newtons lag inte gäller långt från solen. Airy var en god matematiker, men i hans bok »*Gravitation*» (1832) motiveras Newtons lag enbart med solsystemets rörelse; formelns teoretiska fördelar nämns inte alls.

Airy förhöll sig avvisande, när en ung matematiker i Cambridge, John Couch Adams, föreslog att avvikelserna kunde bero på en okänd planet. Adams besök i Greenwich slutade med att Airy satt till bords och inte fick störas. Inte heller Challis gav något stöd, fast han som observator i Cambridge förfogade över Englands bästa teleskop för ändamålet.



Figur 11. Denna bild från observatoriet i Berlin anses innehålla Galle ursprungliga anteckningar om upptäckten av Neptunus den 23 september 1846. Bokstäverna LdV och A pekar på de lägen Le Verrier och Adams angivit.

Fransmannen Le Verrier utförde liknande beräkningar som Adams och kom till samma resultat ett år senare. Han tog genast kontakt med olika observatorier, bland annat Greenwich, där Airy inte upplyste honom om Adams' insats. Engelsmännen började äntligen jakten, men i långsamt tempo. Efter några månader hittades planeten av Galle i Berlin, någon grad från de lägen som angivits av Adams och Le Verrier (figur 11). Challis blev odödlig som mannen som missade Neptunus. Ironiskt nog var hans stora insats i livet en hydrodynamisk teori för gravitation, som också misslyckades fullständigt.

Prioritetsstriden

Kapplöpningen mellan Adams och Le Verrier gav eko i den ny-startade pressen. Rivaliteten mellan England och Frankrike var aktuell av politiska skäl, medan det faktum att upptäckten skedde i Berlin spelade mindre roll. Preussen var ännu inte någon stormakt.

Enligt modern uppfattning hade Adams ingen rätt till upptäckten. Han blev färdig först, men påverkade aldrig upptäckten av planeten. Adams och Le Verrier behöll lyckligtvis aktningen för varandra, och striden stod snarare mellan gamla och unga. Den äldre generationen ville inte släppa fram nya förmågor, men Airy och Challis tvingades så småningom hjälpa Adams för att rädda sitt eget skinn.

Le Verrier blev rasande, när en okänd engelsman drogs framför att dela hans triumf. Det nämns sällan att Le Verrier hade lika svårt som Adams att få astronomerna att leta efter planeten. Han vände sig rådigt nog till den unge Johann Galle i Berlin. Denne övertalade sin chef, den nyss nämnde Encke, som motvilligt gav sitt tillstånd. Galle hittade Neptunus redan samma kväll, den 23 september 1846, med hjälp av den unge Heinrich d'Arrest, som läste högt ur en nyligen utkommen stjärnkarta.

Böckerna tiger påfallande ofta om att Adams och Le Verrier räknade fram fel bana. Lyckligtvis befann sig Neptunus nära deras läge 1846, medan felet skulle ha blivit stort tio år tidigare eller senare. Adams begick dessutom andra fel, men det tog lång tid innan de upptäcktes. Orsaken är lätt att förstå: Adams' samlade verk från 1896 ligger fortfarande ouppsprättade på universitetsbiblioteket i Uppsala. Ingen orkade kontrollera beräkningarna. Tyvärr utgick både Adams och Le Verrier från Titius-Bodes lag, men Neptunus är ett undantag från denna regel. Om de i stället antagit att Neptunus, som övriga planeter, rör sig nästan i en cirkel hade beräkningen varit lätt.

Merkurius

Jakten på Pluto

Både Adams och Le Verrier blev världsberömda. Fransmannen överhöljdes med ordnar, men Adams fick sin del genom engelsmännens försorg. Den felaktiga banan upptäcktes inom ett år, men glömdes snart bort. Le Verrier blev nästan fånge i sin egen framgång. Han hade upptäckt små avvikelser i Merkurius bana och försökte förklara dem med en planet nära solen. Två gånger ansågs planeten Vulcan upptäckt, men det visade sig till slut att Newtons gravitationslag inte gäller nära solen. Om Adams och Le Verrier räknat på Merkurius i stället för Neptunus hade Airy och Challis fått rätt och myten om kapplöpningen hade aldrig fötts.

Neptunus' bana verkade också vara störd. Nya beräkningar och spaningar ledde till att Pluto upptäcktes 1930. Hjalmar Gullberg har med denna händelse som bakgrund skildrat vad som kan bli kvar efter döden.

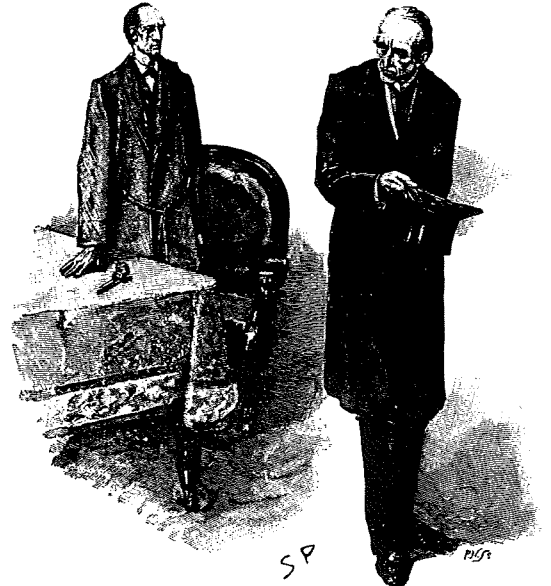
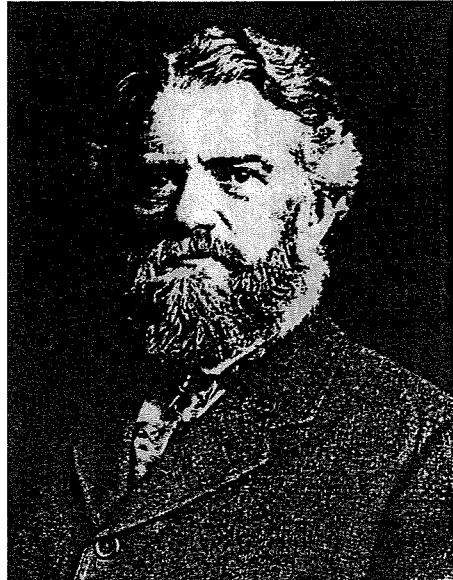
*... bortom planeter där en tub kan spana,
en skymd planet, bekant för astronomen
blott av en krökning i Neptunus' bana.*

(Terziner i okonstens tid: Dock finnas)

Det upptäcktes snart att Pluto är för liten för att påverka Neptunus. Avvikelserna anses numera bero på observationsfel, men Hjalmar Gullbergs tolkning var rimlig, när *Terziner i okonstens tid* kom ut 1957. Alla böcker påstod nämligen att Neptunus och Pluto upptäcktes efter avancerade matematiska beräkningar, trots att de bara fick astronomerna att söka i ekliptikans plan. Svensk Uppslagsbok använder två gånger den försåtliga formuleringen »med ledning av» för att dölja hur Neptunus och Pluto egentligen upptäcktes.

J. C. Adams och U. J. J. Leverrier påbörjade ung. samtidigt försöket att ur de observerade avvikelserna beräkna denna okända p:s läge vid en given tidpunkt, och med ledning av Leverriers beräkningar fann J. G. Galle 23/9 1846 p. Neptunus. (Uppslagsordet »Planeter»)

Det var Le Verriers obestridliga förtjänst att sökandet kom i gång, och det var ingen obetydlig förtjänst med tanke på Adams' svårig-



Figur 12. Den amerikanske astronomen Simon Newcomb beräknade solsystemets rörelse med stor noggrannhet. Newcomb tycks ha stått modell för Sherlock Holmes' ärkefiende professor Moriarty. Möjligen kan detta förklara att Sherlock Holmes i en berättelse diskuterar variationer i ekliptikans lutning, trots att han ursprungligen inte visste att jorden snurrar kring solen.

Simon Newcomb verkade vid US Naval Observatory, och hans tabeller över planetsystemets rörelse stod sig in på 1960-talet. Newcomb var en hård och fordrande man, och enligt nya rön stod han modell för Sherlock Holmes' ärkefiende, professor Moriarty. Conan Doyle tycks ha hämtat sina uppgifter från Alfred Drayson, en excentrisk astronom i Greenwich, som blivit nergjord av Newcomb. Drayson var en ivrig jägare och tycks själv ha stått modell för Moriartys hejduk, överste Moran, allt enligt den amerikanske astronomen Bradley Schaefer.

heter. Det är naturligt att pionjärer räknar fel, men myten om Neptunus har visat sig märkligt långlivad. Den bidrog till att öka matematikens prestige, men striden om upptäckten tycks bottna i samma groll mellan England och Frankrike, som en gång ställde Newton mot den franska vetenskapsakademien.

Simon Newcomb

Merkurius' storaxeln vrider sig 43" per århundrade utöver de störningarna som beräknats av Le Verrier och Newcomb. Den senare var solsystemets erkände mästare och Einstein använde Newcombs värde, när han verifierade den allmänna relativitetsteorin 1915.

Newcomb accepterade i princip Halls förslag från 1895, att exponenten i Newtons lag inte är 2 utan $p = -2.000\ 000\ 1574$. Detta tal ser fantastiskt ut, men det var en ren anpassning till observationerna. Det blir bara rimligt om man betraktar talet som ett försök att förklara Merkurius bana. Halls beräkning visar med vilken noggrannhet exponenten kunde bestämmas, även om precisionen inte kan jämföras med Coulombs lag, där mätfelet ligger på 10^{-16} . Moderna mätningar i solsystemet är begränsas fortfarande av att man inte känner massan hos småplaneterna.

Halls tal saknade all teoretisk förankring och vederlades snart av beräkningar på månens bana. Det verkar förbluffande att ett sådant tal kan föreslås utan teoretisk motivering, men den store matematikern Henri Poincaré skrev:

Den första idé som kommer för en är att Newtons lag säkerligen inte är helt korrekt; att attraktionen inte är strängt proportionell

mot den omvända kvadraten på avstånden, utan mot någon annan funktion av dem. På detta sätt har professor Newcomb nyligen försökt förklara rörelsen hos Mercurius perihelium.

Eterteorier

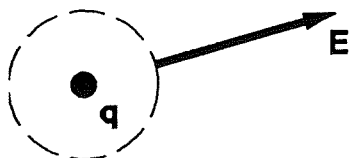
Även ledande forskare bortsåg tydligen från att talet 2 måste ha en fysikalisk innebörd. Vid sekelskiftet pågick en livlig diskussion om gravitation, som nu är bortglömd. Challis gav ut en bok om sin hydrodynamiska teori, men vann inga anhängare. Lord Kelvin vann större tilltro. Bjerknes hade upptäckt att pulserande kroppar i en vätska attraherar och stöter bort varandra med en kraft enligt Newtons lag. Lord Kelvin antog att detta förklarade gravitationen och fann liknande krafter mellan de virvlar han införde i etern.

Dessa idéer påminner om Le Sages modell, och kunde alltid förklara avståndsberoendet. Challis antog att materien bestod av hårda sfärer; mellan dem utbreddes sig sfäriska vågor i etern, som förmedlade kraften. Challis försökte inte förklara energin, utan ansåg att den hade gudomligt ursprung. Kelvin satte energiprincipen högre. Han beräknade att partiklarna i Le Sages teori skulle värma upp och smälta ner materien på några ögonblick. Kelvin fortsatte ändå oförtrutet att söka efter mekaniska modeller, som kunde förklara gravitation och de elektriska och magnetiska fälten.

Hertz' upptäckt av radiovågorna ändrade allt detta. Materien skulle förklaras med elektriska och magnetiska fält. För att förklara gravitationen grep man till Fabio Mossottis förslag från 1836 att den elektriska kraften är något starkare vid attraktion än repulsion. Neutral materia känner då en svag attraktion, som avtar enligt Newtons lag, om den innehåller laddningar. På detta sätt förklarade Mossotti likheten mellan Newtons och Coulombs lagar, men det var naturligtvis oklart hur energin kunde bevaras i en oscillerande rörelse.

Detta märkliga förslag lockade Wien, Lorentz, Abraham, Gans och andra fysiker att utveckla elektrodynamiken, så att den skulle stå i samklang med Mossottis teori. Diskussionen var i full gång, när första världskriget bröt ut, och inte ett spår återstod av den när kriget var över. Einsteins relativitetsteori hade segrat över hela linjen, och förvisat övriga teorier till kuriosakabinettet. Där hör de rätteligen hemma, men det ligger en fara i att de glöms bort helt. En teoris värde beror på om den fungerar bättre än andra. Det är alltför lätt att i efterhand uppfatta segrande teorier som självklara, och det är nyttigt att minnas att alternativen haft kloka förespråkare.

Historien visar att skillnaden mellan misslyckade och framgångsrika teorier sällan ligger i detaljerna. Snarare ligger den i principer och begrepp. Det är inte svårt att härleda Newtons och Coulombs lagar, om fältbegreppet är bekant, men vägen dit tycks ha varit fylld av oöverstigliga hinder som är svåra för oss att se. Härledningen hade kunnat upptäckas på 1600-talet, men det dröjde till 1830-talet, innan Faraday införde fälten. Maxwell fann deras ekvationer på 1860-talet, men det dröjde ända till Hertz' upp-



Figur 13. I Newtons mekanik är alla partiklar isolerade från resten av universum. Den enklaste kraft, som kan verka på en sådan partikel, är produkten mellan partikelns laddning q och en yttre vektor E .

täckt av radiovågorna innan andra fysiker tog till sig de nya begreppen.

FÄLTTEORI

Newtons och Coulombs lagar förblev oförklarade i tvåhundra år. Anledningen var att man sökte mekaniska modeller i stället för att beskriva fenomenen. Det är svårt att förstå ens en enkel lag, om de rätta begreppen saknas.

Modellen

I Newtons mekanik är det grundläggande begreppet kraft. Newtons definition av kraft i *Principia* är abstrakt och citeras bara undantagsvis, men den är upplysande. Enligt Newton är alla krafter oberoende och verkar utifrån. Den enklaste kraft, som kan verka på en partikel, beror på någon egenskap hos partikeln, dess laddning q , och en yttre vektor E , som anger riktningen (figur 13).

$$F=qE$$

Fältet E är tydligen nödvändigt i Newtons mekanik för att förmedla krafterna. Newton sökte rent matematiska samband, men det framtvingar en formel som innehåller ett fält. Vi antar att kraften är så enkel som möjligt: laddningen q är konstant och påverkas inte av omvärlden. Sådana egenskaper har alla kvantiteter av intresse: massan i Newtons mekanik, den elektriska laddningen och polerna i en magnet, så modellen skulle ha varit acceptabel för Newton.

Klassisk objektivitet

På 1700-talet infördes ibland »elektriska atmosfärer» för att förklara statisk elektricitet. De hade kunnat bli en lämplig förebild för vektorn E , men glömdes snart bort. Fältet får bara bero på yttre faktorer och påverkas alltså inte av q ; detta är i linje med Newtons tankegångar, eftersom han förutsatte att världen kan delas upp i skilda områden. Varje partikel är ett system med minimal struktur, avskilt från resten av världen (figur 13). Newton hade använt samma idé i sin färgteori 1672, där varje ljuspartikel bär på en färg, som bestämmer dess väg genom prismet.

Partiklarna i Newtons mekanik har massa, m , men också andra egenskaper, t. ex. laddningen q . Alla krafter verkar utifrån, så varje system kan isoleras och studeras för sig. En sådan uppdelning kräver att ett yttre fält förmedlar kraften, men fälten hjälper oss också att förstå hur krafterna verkar genom tomrummet.

Newtons tredje lag

Om fältet skapas av samma slags laddningar, q , som det verkar på, så uppstår kraftverkan på avstånd. Figur 14 visar två laddningar som påverkar varandra med krafterna F_1 och F_2 ; vektorn E_2

mot den omvända kvadraten på avstånden, utan mot någon annan funktion av dem. På detta sätt har professor Newcomb nyligen försökt förklara rörelsen hos Merkurius perihelium.

Eterteorier

Även ledande forskare bortsåg tydligen från att talet 2 måste ha en fysikalisk innebörd. Vid sekelskiftet pågick en livlig diskussion om gravitation, som nu är bortglömd. Challis gav ut en bok om sin hydrodynamiska teori, men vann inga anhängare. Lord Kelvin vann större tilltro. Bjerknes hade upptäckt att pulserande kroppar i en vätska attraherar och stöter bort varandra med en kraft enligt Newtons lag. Lord Kelvin antog att detta förklarade gravitationen och fann liknande krafter mellan de virvlar han införde i etern.

Dessa idéer påminner om Le Sages modell, och kunde alltid förklara avståndsberoendet. Challis antog att materien bestod av hårda sfärer; mellan dem utbreddes sig sfäriska vågor i etern, som förmedlade kraften. Challis försökte inte förklara energin, utan ansåg att den hade gudomligt ursprung. Kelvin satte energiprincipen högre. Han beräknade att partiklarna i Le Sages teori skulle värma upp och smälta ner materien på några ögonblick. Kelvin fortsatte ändå oförtrutet att söka efter mekaniska modeller, som kunde förklara gravitation och de elektriska och magnetiska fälten.

Hertz' upptäckt av radiovågorna ändrade allt detta. Materien skulle förklaras med elektriska och magnetiska fält. För att förklara gravitationen grep man till Fabio Mossottis förslag från 1836 att den elektriska kraften är något starkare vid attraktion än repulsion. Neutral materia känner då en svag attraktion, som avtar enligt Newtons lag, om den innehåller laddningar. På detta sätt förklarade Mossotti likheten mellan Newtons och Coulombs lagar, men det var naturligtvis oklart hur energin kunde bevaras i en oscillerande rörelse.

Detta märkliga förslag lockade Wien, Lorentz, Abraham, Gans och andra fysiker att utveckla elektrodynamiken, så att den skulle stå i samklang med Mossottis teori. Diskussionen var i full gång, när första världskriget bröt ut, och inte ett spår återstod av den när kriget var över. Einsteins relativitetsteori hade segrat över hela linjen, och förvisat övriga teorier till kuriosakabinettet. Där hör de rätteligen hemma, men det ligger en fara i att de glöms bort helt. En teoris värde beror på om den fungerar bättre än andra. Det är alltför lätt att i efterhand uppfatta segrande teorier som självklara, och det är nyttigt att minnas att alternativen haft kloka förespråkare.

Historien visar att skillnaden mellan misslyckade och framgångsrika teorier sällan ligger i detaljerna. Snarare ligger den i principer och begrepp. Det är inte svårt att härleda Newtons och Coulombs lagar, om fältbegreppet är bekant, men vägen dit tycks ha varit fylld av oöverstigliga hinder som är svåra för oss att se. Härledningen hade kunnat upptäckas på 1600-talet, men det dröjde till 1830-talet, innan Faraday införde fälten. Maxwell fann deras ekvationer på 1860-talet, men det dröjde ända till Hertz' upp-

Om det inte finns någon längd i problemet avtar fältet E som en potensfunktion. Finns det fler termer än en i en serieutveckling, så uttrycker de nämligen tillsammans en längd.

$$E = \text{const } q r^p$$

Om partiklarna i figur 14 långsamt förs fram och tillbaka bör förloppet vara omvärtbart i tiden. I så fall lagras energin så att den kan återvinnas senare. Detta kan inte ske i partiklarna, eftersom de har konstanta egenskaper. Fältet är en bättre kandidat, eftersom det ändras när partiklarna rör sig. Om energin dessutom lagras i varje punkt är energin summan av fältets energi (figur 15).

$$U = \int \sigma(E) dV.$$

Energien är noll, när fältet är noll. För ett svagt fält, $E = E_1 + E_2$, behövs bara den första termen i serieutvecklingen, men eftersom energin inte beror på riktningen, så börjar serien med den kvadratiske termen,

$$\sigma(E) = \text{const } E^2 = \text{const } (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2)$$

De två första termerna beror bara på var laddning för sig. De ändras inte med avståndet, utan den enda term, som bidrar till kraften mellan partiklarna finns i korsprodukten,

$$U(r) = \text{const } \int E_1 E_2 dV$$

Denna integral är proportionell mot $q_1 q_2$, som vi väntar av Coulombs lag. Den potentiella energin ger en kraft mellan partiklarna:

$$F = -dU/dr = d(-\text{const} \int E_1 E_2 dV)/dr$$

Å andra sidan kan kraften i fältet skrivas

$$F = q_1 E_2 = \text{const } q_1 q_2 r^p$$

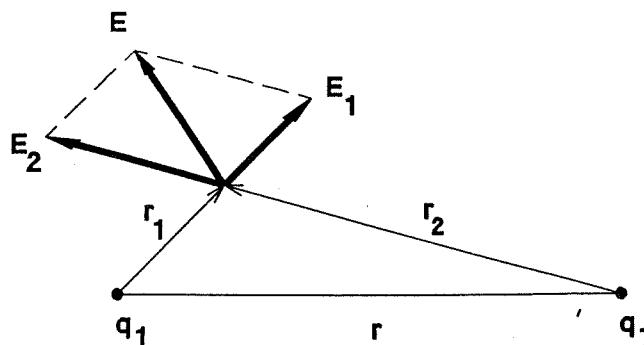
Detta ger ekvationen

$$q_1 q_2 r^p = \text{const } q_1 q_2 \cdot d(\int \mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2 r_1^p r_2^p dV)/dr$$

Ekvationen ser besvärlig ut, men man behöver bara se efter vad som händer, när avståndet ändras med en faktor. Alla längder skalas om och antalet potenser av längd måste alltså vara lika på båda sidor.

Verifiering och falsifiering

Argumentet är inte avsett att övertyga någon, utan det bildar utgångspunkt för nya resonemang. Newtons lag, $F = -G m_1 m_2 / r^2$, är vacker, men den kan bara prövas genom att man utför en viss typ av mätningar. De verifierar Newtons lag, men så snart månen, Neptunus eller Merkurius lämnar sin bana inställer sig tvivel.



Figur 15. Den totala energin kan beräknas, om fältet E mellan två partiklar betraktas som en variabel med fysiska egenskaper, t. ex. energi.

Formelns polerade yta döljer dess innebörd. Den kan provas bättre om man tränger bakom ytan; detta är vad Popper menar med att falsifiera en teori. Hans metod har fördelen att den pekar ut möjliga åtgärder. Följande exempel visar hur vår enkla härledning hade kunnat falsifieras enligt Popper redan på 1700-talet:

- 1) Kant och Buffon ansåg att rummets tre dimensioner förklarar Newtons lag. I två dimensioner ger ekvationen $p = 2p+2-1$, med lösningen $p = -1$. Detta är det riktiga uttrycket för kraften mellan två linjeladdningar.
- 2) En viktig fråga är om ett system med två partiklar bevarar energi och rörelsemängd, som vi antagit. Detta leder till en annan fråga: kan fältet föra bort energi och rörelsemängd, dvs. finns det strålning?
- 3) Vad händer om laddningarna inte är statiska? Svaret kräver experiment, som rätt utförda med elektriska laddningar skulle ha lett till Örsteds och Faradays upptäckter.
- 4) Vår modell förutsätter att laddningen är konstant och skild från yttervärlden. Detta kan inte gälla under alla förhållanden, för vid någon punkt kan inre och yttre fält inte längre skiljas åt. Detta innebär att modellen pekar på sin begränsning, vilket en ren formel aldrig kan göra. Om t. ex. energin i systemets gravitationsfält påverkar dess massa måste modellen utvidgas; en sådan analys leder slutligen till Einsteins allmänna relativitetsteori.

SLUTSATS

Newtons och Coulombs lagar gäller, därför att krafterna skapas av fält, som är svaga och lokala. Det dröjde tvåhundra år efter *Principia* innan Maxwell insåg detta samband. Tiden var mogen för en ny insikt på 1850-talet, när dynamiska elektromagnetiska fenomen började undersökas på allvar. Tanken att elektriska och magnetiska fält kan förmedla energi dök först upp, när energin transformerades mellan olika moder. Till slut blev det naturligt att tala om energi och energiflöden, och tanken på en lokaliserad energitäthet gav sig själv.

Litteratur

En god källa till Newtons liv och verk är R. S. Westfall: *Never at rest: a biography of Isaac Newton* (Cambridge University Press 1980). Upptäckten av gravitationslagen beskrivs bäst av Newtons förste biograf David Brewster: *Memoirs of the Life, Writings and Discoveries of Sir Isaac Newton* (Edinburgh 1855).

Newtons *Principia* finns i många upplagor; den svenska översättningen av C. V. L. Charlier 1927 trycktes om 1986.

Standardverket om den tidiga elektricitetsläran är J. L. Heilbron: *Electricity in the 17th and 18th centuries* (University of California Press 1979).

Många märkliga teorier för gravitation beskrivs av F. van Lunteren: *Framing hypotheses—conceptions of gravity in the 18th and 19th centuries* (Ph. D. Thesis, Utrecht, 1991).

Solsystemets stabilitet behandlas av I. Peterson: *Newton's Clock. Chaos in the Solar System* (W. H. Freeman and Company 1993).

Newtons, Huygens och Coulombs skrifter finns i Ostwalds serie *Klassiker der*

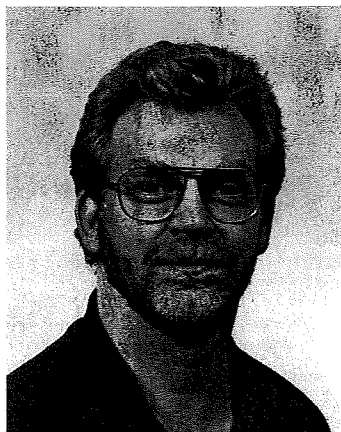
Exakten Naturwissenschaften, där kommentarerna med tiden själva fått ett historiskt skimmer.

Upprepningen av Coulombs försök beskrivs av Peter Heering: "On Coulomb's inverse square law", *Am. J. Phys.* **60**, 988–994 (1992).

Morton Grosser: *The discovery of Neptune* (Harvard University Press, 1962) beskriver upptäckten av Neptunus. Se också Lars Falk: »Pionjärer som räknade fel men hamnade rätt», *Svenska Dagbladet* 23 september 1996. En tendentiös skildring ges av Spencer Jones: »John Couch Adams och upptäckten av Neptunus» i »*SIGMA – en matematikens kulturhistoria*» (Forum 1959). Den svenske redaktörens slutord är talande.

En alternativ väg till Newtons gravitationslag beskrivs av Lars Falk, "To derive the existence of gravity", *Am. J. Phys.* **54**, 520–525 (1986).

Marginalteckningarna är utförda av Annika Wettervik.



LARS FALK (f. 1948) är teknologie doktor och laborator vid FOA 1 i Stockholm. Han forskar på radar och elektromagnetisk vågutbredning, men sysslar också med vetenskapens historia och poesi.