

Namn, linje och årskurs:

**Lappskrivning nr. 1, Partiella differentialekvationer för ME och K,
7 februari 2007, kl. 9.15–10.00.**

Utböjningen $u(x, t)$ av en sträng av längd två som är inspänd på nivå noll i ändpunkterna svänger enligt ekvationerna

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (0 < x < 2, 0 < t < \infty),$$
$$u(0, t) = u(2, t) = 0 \quad (0 < t < \infty).$$

- a) Bestäm den allmänna lösningen, i form av en oändlig serie med obestämda koefficienter, till detta problem. (Genomför variabelseparation o.s.v. i detalj.)
- b) Bestäm fullständigt den lösning som uppfyller begynnelsevillkoren

$$\begin{cases} u(x, 0) = 2 \sin 3\pi x & (0 < x < 2), \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 4\pi \sin 2\pi x & (0 < x < 2). \end{cases}$$

Det korrekt svaret innehåller bara ändligt många termer.

Lösningar (börja här, fortsätt på baksidan, och sedan på separata papper om det behövs):