

Uppgifter till avsnitt 7.2.2

1. I \mathbf{R}^2 med basvektorer $\{e_1, e_2\}$ väljs vektorerna med koordinaterna $(5, 3)$ respektive $(3, 2)$ som nya basvektorer $\{f_1, f_2\}$.
 - a. Vilka är koordinaterna för e -basvektorerna i f -systemet?
 - b. Vilka är koordinaterna i det nya systemet för en vektor som i det gamla systemet har koordinaterna $(2, 7)$?
 - c. Vilka är koordinaterna i det gamla systemet för en vektor som i det nya systemet har koordinaterna $(2, 7)$?
2. I \mathbf{R}^3 med basvektorer $\{e_1, e_2, e_3\}$ väljs vektorerna med koordinaterna $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$ respektive $(1, 1, 1)$ som nya basvektorer $\{f_1, f_2, f_3\}$.
 - a. Vilka är koordinaterna för e -basvektorerna i f -systemet?
 - b. Vilka är koordinaterna i det nya systemet för en vektor som i det gamla systemet har koordinaterna $(1, 2, -1)$?
 - c. Vilka är koordinaterna i det gamla systemet för en vektor som i det nya systemet har koordinaterna $(1, 2, -1)$?
3. Låt e_1 och e_2 respektive f_1 och f_2 vara två olika baser i planet. Vektorerna $(1, 2)$ respektive $(3, 4)$ i e basen har i f basen koordinaterna $(5, 6)$ respektive $(7, 8)$. Bestäm koordinaterna för f basen i e basen.
4. Vid ett visst linjärt koordinatbyte i planet kommer de båda punkterna som i det gamla koordinatsystemet (e -systemet) har koordinaterna $(4, 1)$ och $(5, 1)$ få koordinaterna $(7, 2)$ respektive $(3, 1)$ i det nya (f -systemet). Beräkna koordinaterna i e -systemet för f -systemets basvektorer.
5. Vektorerna e_1 och e_2 respektive f_1 och f_2 utgör två olika baser i planet sådana att vektorn $(2, 1)$ i e basen har koordinaterna $(5, 3)$ i f basen och vice versa: vektorn $(5, 3)$ i e basen har koordinaterna $(2, 1)$ i f basen. Bestäm transformationsmatrisen från e basen till f basen.
6. I xy -planet införs nya uv -koordinater genom att man tar vektorerna $f_1 = (3, 2)$ och $f_2 = (7, 5)$ som nya basvektorer. Vilken är ekvationen i det nya koordinatsystemet för den räta linje som i det ursprungliga systemet har ekvationen $2x - y = 3$?

7. I ett 3-dimensionellt rum med koordinater (x_1, x_2, x_3) har ett visst plan ekvationen $3x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 6$. Man inför ett nytt (u_1, u_2, u_3) -koordinatsystem vars basvektorer i det gamla systemet ges av $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ respektive $(1, 1, 1)$. Vilken blir ekvationen för planet i det nya systemet?
8. Vid ett koordinatbyte i planet mellan ett xy -system och ett $\xi\eta$ -system får de räta linjerna som har ekvationerna $x + 7y = 1$ och $x + y = 1$ i xy -systemet i stället ekvationerna $5\xi - 4\eta = 1$ respektive $2\xi - \eta = 1$ i $\xi\eta$ -systemet. Bestäm koordinattransformationens matris.
9. I ett xy -plan införs ett nytt koordinatsystem med axlarna längs linjerna $5x - 7y = 0$ och $3x - 4y = 0$. Vidare har punkten $(1, 1)$ samma koordinater, $(1, 1)$, i det nya systemet. Bestäm de nya basvektorerna.

Svar

1a. $(2, -3)$ och $(-3, 5)$, b. $(-17, 29)$, c. $(31, 20)$.

2a. $(0, -1, 1)$, $(1, 1, -1)$ och $(-1, 0, 1)$, b. $(3, 1, -2)$, c. $(0, 2, 1)$.

3. $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{pmatrix} -4 & 23 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$.

5. $\begin{pmatrix} 13 & -21 \\ 8 & -13 \end{pmatrix}$.

6. $4u + 9v = 3$.

7. $3u_1 + 10u_2 + 5u_3 = 6$.

8. $\begin{pmatrix} 3/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$.

9. $(-7, -5)$ och $(8, 6)$.