

Lösningar Lappskrivning LS6 17/6 04

Vänster: gul.

Visa med induktion att

$$1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2} \text{ för } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$P(1) : \quad VL = 1 + 3 = 4, \quad HL = \frac{3^{1+1} - 1}{2} = 4, \quad \text{stämmer!}$$

$$\text{Antag } P(m) : \quad 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^m = \frac{3^{m+1} - 1}{2}.$$

$$P(m+1) : 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^m + 3^{m+1} = \frac{3^{m+2} - 1}{2} \text{ ska visas.}$$

$$VL \text{ i } P(m+1) = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^m + 3^{m+1} = [P(m) \text{ antas}] =$$

$$\frac{3^{m+1} - 1}{2} + 3^{m+1} = \frac{3^{m+1} - 1 + 2 \cdot 3^{m+1}}{2} =$$

$$\frac{3 \cdot 3^{m+1} - 1}{2} = \frac{3^{m+2} - 1}{2}, \text{ VSV.}$$

Därmed gäller att $P(m) \Rightarrow P(m+1)$, vilket tillsammans med att $P(1)$ är sant visar att $P(n)$ gäller för alla hela tal $n \geq 1$.

Höger:grön visas analogt.