Kontrollskrivning, 2016-10-03, kl. 08.00 – 10.00 .

SF1628 Komplex analys, för F.

Lösningsförslag Kontrollskrivning 2.

1. Funktionen
$$f(z) = z^{100}e^{2/z}$$
har en singularitet i origo. Vilken typ av singularitet handlar det om? Laurentserieutveckla funktionen samt beskriv det största ringområde Laurentserien konvergerar inom. (3)

Svar: essentiell singularitet i origo. Konvergens inom $0 < |z| < \infty$. Laurentserien blir
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} z^{100-n}.$$

---

2. Taylorutveckla funktionen
$$f(z) = z^2 - 2z + 1 + \frac{3}{z}$$
i punkten $z = 2i$. Vilken blir konvergensradien? (3)

Svar: Konvergensradien är 2. Taylorserien blir
$$(z-2i)^2 + (4i-2)(z-2i) - 3 - 4i + \frac{3}{2i}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{z-2i}{2i}\right)^n.$$

---

3. Beräkna följande integral med residukalkyl:
$$\int_0^{2\pi} e^{\cos t}\cos(\sin t)\,dt.$$
Tips: Betrakta den komplexa kurvintegralen längs med cirkeln $|z| = 1$ av funktionen $f(z) = z^{-1}e^z$. (3)

Svar: Integralen blir lika med 2π. Titta på real- och imaginärdelar i kurvintegralen i tipset, och använd lämplig parametrisering.