FLÖDESDIAGRAM

SF1633 Differentialekvationer

Typ av problem:

Klassificera:
1. ODE
2. PDE
3. system av ODE
4. Relaterade problem, t.ex. faltningsekvationer.

Här är

ODE = ordinära diffekvationer
PDE = partiella diffekvationer

system av ODE är vanligen reducerade till första ordningen.

ODE

Klassificera enligt

* ordning
* linjär/olinjär

För olinjära ODE finns huvudsakligen metoder för första ordningen.
Väsentligen har vi variabelseparations-metoden, alt. exakta differentialmetoden (om vi skriver ODE på differentialform).
Dessa metoder är nära släkt (exakta differentialmetoden är mer allmän faktiskt).
Det finns en del olinjära ODE där vi först behöver göra en variabelsubstitution för att hamna i ett problem som kan attackeras med t.ex. variabelseparation (tänk Bernoulli-ekvationen).

Anm: Genom att införa nya variabler och tänka vektorvärt kan vi få ned ordningen till 1 men mot att vi får ett system.

ODE, forts

För linjära ODE finns fler metoder utvecklade.

Om ordningen = 1 så har vi integrerande faktor-metoden.

Om ordningen = 2 har vi metoderna

- Reduktion av ordning
- Variation av parametrar.

Om ordningen är > 2 har vi metoder främst i fallet av konstanta koefficienter.

I det fallet jobbar vi med (även om ordningen är 1 och 2) den karakteristiska ekvationen. Den ger oss lösningar till homogena ekvationer.

Partikulärlösningar till inhomogena problem kan ofta gissa, men om ordn = 2 har vi variation av parametrar-metoden.

Linjära/Olinjära system

Linjära system har vi främst utvecklat metoder för om vi har konstanta koefficienter. Då får vi en matris A och vi räknar ut egenvärden och egenvektorer. Detta ger oss lösningar till det homogena problemet liknande fallet med karakteristiska ekvationen för ODE med konstanta koefficienter.

Vi intresserar oss för hur lösningarna utvecklas i tiden (stabilitet/instabilitet).

Olinjära system kan vi säga något om om dessa är autonoma. Vi studerar kritiska punkter och gör en stabilitetsanalys baserad på linearisering i den kritiska punkten.

Partiella differentialekvationer

Här studerar vi vissa speciella PDE,

som
- Värmeledningsekvationen
- Laplaces ekvation
- Vågekvationen,

Vi anger begynnelsedata och slutdata, sidodata /
och använder produktlösningsansats
kombinerad med superpositionsprincipen
för att få fram ett uttryck för lösningen.
Vi behöver därvid lite elementär
Fourieranalys som handlar om att
"alla" funktioner kan utvecklas som en
summa av enkla cosinus & sinus.

Laplacetransformen mm

Laplacetransformen finner sin användning vid vissa ODE med konstanta koefficienter samt vid faltningsekvationer.
Laplacetransformen har vissa intressanta fundamentala egenskaper och är en nära släkting till Fouriertransformen.
Här har vi ett grundläggande exempel på "översättning med lexikon" där omskrivning kan ändra ett svårt problem till ett som är mycket lättare.