LUNDS UNIVERSITET
Matematikcentrum
Matematik MNF

Tentamensskrivning
Ordinära Differentialekvationer, fortsättningskurs
Matematik MNF
Torsdagen den 18 maj 2000, 9.00–12.00

Inga hjälpmedel. Använd institutionens papper och skriv på bara den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar; rita gärna figur i förekommande fall.

1. Skriv Eulerekvationen

$$x'' + \frac{2}{z}\,x' - \frac{9}{z^2}\,x = 0$$

som ett första ordningens system genom att sätta $x_1(z) = x(z)$ och $x_2(z) = x'(z)$. Ange en fundamentalmatris $F(z)$ till systemet och bestäm matrisen S_F för kretsavbildningen. Framställ om det går $F(z)$ på formen $Q(z)\,z^C$, där $Q(z)$ är analytisk i en omgivning till origo och C är en konstant matris.

2. Antag att q är en kontinuerlig funktion på intervallet $[0,5]$, om vilken vi vet att $4 \leq q(x) \leq 6$ på $[0,3]$, och att $5 \leq q(x) \leq 7$ på $[3,5]$. Uppskatta hur många nollställen en icke-trivial lösning till ekvationen $u''(x) + q(x)\,u(x) = 0$ har på $[0,5]$.

3. Bestäm egenvärden och egenfunktioner till integraloperatorn G,

$$Gf(x) = \int_0^1 G(x,\xi)f(\xi)d\xi,$$

där

$$G(x,\xi) = 1 + x\xi.$$

Beskriv därvid också hur spektralsatsen kan tillämpas på denna operator.