LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
Ordinära differentialekvationer
fortsättningskurs

22 maj 1998Skrivtid 10–13

Inga hjälpmedel. Använd institutionens papper och skriv på bara den ena sidan. Fyll i omslaget fullständigt och skriv initialer på varje ark. Skriv tydligt. Ge klara och kortfattade motiveringar, rita gärna figur i förekommande fall.

1. Bestäm för $t > 0$ samtliga lösningar $x(t)$ till ekvationen

$$2t^2x'' + 3tx' - (1+t)x = 0.$$

2. Låt $\varphi(t)$ vara en positiv växande kontinuerlig funktion på $]-\infty, +\infty[$, med gränsvärde $\varphi(t) \to +\infty$ då $t \to +\infty$. Låt u vara en icke-trivial lösning till ekvationen $u'' + \varphi(t)u = 0$, och låt $N(\alpha)$ beteckna antalet nollställen till u på intervallet $[\alpha, \alpha+1]$. Vad händer med $N(\alpha)$ då $\alpha \to +\infty$?

3. Visa att operatorn $L = D^4$ (så att $Ly = y^{(4)}$) på intervallet $[0, \pi]$ med randvillkoren $y'(0) = y'''(0) = y'(\pi) = y'''(\pi) = 0$ är symmetrisk. Bestäm sedan alla egenvärden och egenfunktioner till L.