Version A av kontrollskrivning 2, Signaler och System del I för E2, 5B1209, den 6 december 2006, kl. 10:15-11:15

4 poäng räcker för godkänt. Godkänd skrivning ger 2 poäng bonus på tentamen den 14 december och första omtentan. *OBS! För full poäng krävs fullständig motivering.*

Inga hjälpmedel; de formler som behövs finns på baksidan.

1. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -2y + 3 \\ \frac{dy}{dt} &= 2x, \end{aligned}$$

med begynnelsevärdena $x(0) = y(0) = 0$.

a (1 poäng). Beräkna $X(s)$ och $Y(s)$, d.v.s. Laplacetransformerna av $x(t)$ och $y(t)$.

b (2 poäng). Beräkna $x(t)$ och $y(t)$.

2. Om $E(t)$ är spänningen som appliceras på en krets bestående av en induktans, en resistans och en kapacitans kopplade i serie, med de relevanta konstanterna givna av L, R respektive C, så uppfyller strömmen $i(t)$ genom kretsen ekvationen

$$L\frac{di}{dt}(t) + Ri(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau = E(t).$$

Antag nu, för enkelhetens skull, att $L = 1$, $R = 2$ och $C = 1/2$. Antag vidare att spänningen är noll för $0 \le t < 1$ och sedan kopplas på vid $t = 1$ och då antar det konstanta värdet 1, d.v.s.

$$E(t) = \mathcal{U}(t-1) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 1 \\ 1 & t \ge 1. \end{cases}$$

Antag slutligen att strömmen vid $t = 0$ är 0, d.v.s. $i(0) = 0$.

a (1 poäng). Beräkna $I(s)$, d.v.s. Laplacetransformen av $i(t)$.

b (2 poäng). Beräkna $i(t)$.

Administrativt påpekande: Om du redan har en bokstavs- och sifferkombination, var god ange den på de blad du lämnar in. Om du inte har det, var god ange den bokstavs- och sifferkombinationen som anges längst upp till höger på detta blad.

Funktion	Laplacetransform
$f(t)$	$F(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$
$e^{-at} f(t)$	$F(s+a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - ... - f^{n-1}(0)$
$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$F(s)/s$
$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau$	$F(s)G(s)$
$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
$f(t-a)\mathcal{U}(t-a),\ a > 0$	$e^{-as} F(s)$
1	$1/s$
t^n	$n!/s^{n+1}$
e^{at}	$1/(s-a)$
$\sin kt$	$k/(s^2+k^2)$
$\cos kt$	$s/(s^2+k^2)$