Terminologi

Definition 1 *En ekvation som innehåller derivatorna av en eller flera beroende variabler med avseende på en eller flera oberoende variabler kallas för en* ***differentialekvation****.*

Om det bara finns en oberoende variabel kallas ekvationen för en **ordinär differentialekvation** (ODE). Exempel:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = F\left(y, \frac{dy}{dt}\right), \quad \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{d^2x}{dt^2} = x^2 + y^2 + t^2.$$

Om ekvationen relaterar partiella derivator av de beroende variablerna med avseende på flera oberoende variabler kallas ekvationen för en **partiell differentialekvation** (PDE). Exempel:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = x^2 + y^2, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{0}.$$

Ordinära differentialekvationer

En ordinär differentialekvation kan skrivas

$$F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0. \tag{1}$$

Den högsta derivatan av de beroende variablerna som förekommer kallas för ekvationens **ordning**. Exempelvis är (1) en n:te ordningens ekvation. Vi kommer huvudsakligen betrakta fallet

$$y^{(n)} = f(x, y, y', ..., y^{(n-1)}).$$

Ekvationen (1) är linjär om den kan skrivas

$$a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + ... + a_0(x)y = g(x).$$

En ekvation som inte är linjär kallas **icke-linjär**.

Lösningar

Definition 2 *En n gånger kontinuerligt deriverbar funktion ϕ på ett intervall I kallas en* ***lösning*** *till (1) om*

$$F[x, \phi(x), \phi'(x), ..., \phi^{(n)}(x)] = 0$$

för alla $x \in I$.

En lösning för vilken den beroende variabeln är uttryckt enbart i termer av den oberoende variabeln kallas **explicit**.

En lösning $y = \phi(x)$ för $x \in I$ kallas **implicit** om den definieras via en ekvation

$$G(x, y) = 0$$

för någon funktion G.