Version A av kontrollskrivning 2, Signaler och System del I för E2, SF1635, den 10 december 2007, kl. 13:15-14:15

4 poäng räcker för godkänt. Godkänd skrivning ger 2 poäng bonus på tentamen den 20 december och första omtentan.

Inga hjälpmedel (bortsett från tabellen på baksidan).

1. (3 poäng). Lös

$$\begin{aligned} y'' + 2y' &= \sin(t)\mathcal{U}(t - \pi/2) \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 0, \end{aligned}$$

där, för $a > 0$,

$$\mathcal{U}(t-a) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < a \\ 1 & t \geq a. \end{cases}$$

2. (3 poäng). Lös

$$\begin{aligned} x_1'' &= -10x_1 + 4x_2, \\ x_2'' &= -4x_2 + 4x_1 + \delta(t-2), \\ x_1(0) &= 0, \\ x_2(0) &= 0, \\ x_1'(0) &= 0, \\ x_2'(0) &= 0. \end{aligned}$$

Som motivering kan nämnas att denna ekvation är ett specialfall av systemet för två kopplade fjädrar med massorna m_1 och m_2 och fjäderkonstanterna k_1 och k_2:

$$\begin{aligned} m_1 x_1'' &= -k_1 x_1 + k_2(x_2 - x_1), \\ m_2 x_2'' &= -k_2(x_2 - x_1) + g(t), \end{aligned}$$

där x_1 och x_2 utgör massornas position och $g(t)$ är den yttre kraft massan m_2 utsätts för (massan m_1 antas röra sig utan yttre påverkan). Ovanstående fall motsvarar specialfallet att $m_1 = m_2 = 1$, att $k_1 = 6$, $k_2 = 4$, att systemet ursprungligen befann sig i vila, d.v.s. $x_1(0) = x_1'(0) = x_2(0) = x_2'(0) = 0$, samt att $g(t) = \delta(t-2)$.

Funktion	Laplacetransform
$f(t)$	$F(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$
$e^{-at} f(t)$	$F(s+a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - ... - f^{n-1}(0)$
$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$F(s)/s$
$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau$	$F(s)G(s)$
$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
$f(t-a)\mathcal{U}(t-a)$, $a > 0$	$e^{-as} F(s)$
$\delta(t-a)$, $a > 0$	e^{-as}
1	$1/s$
t^n	$n!/s^{n+1}$
e^{at}	$1/(s-a)$
$\sin kt$	$k/(s^2+k^2)$
$\cos kt$	$s/(s^2+k^2)$