

**Tentamen i kurs 5B1130 Matematiska metoder I för S.
Lördagen den 5 februari 2005 kl 1400-1900.**

Tentamen består av 2 delar.

Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 8 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 16 poäng.

Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n ($n=1,2,3,\dots,6$) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.

Om 3 poäng erhålls på någon av de sex första uppgifterna räknas det i fortsättningen som om motsvarande kontrollskrivning varit godkänd.

Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng.

Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via sex godkända kontrollskrivningar.

Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. För de kvadratiske matriserna A , B och C gäller att $C^T = A^{-1}B^2$. Beräkna $\det A$ då man vet att $\det B = 3$ och $\det C = 1$.
2. Linjerna $(x, y, z) = (3, 1, 3) + s(1, -2, 3)$, $-\infty < s < \infty$ och $(x, y, z) = (4, 6, 1) + t(2, 3, 1)$, $-\infty < t < \infty$ skär varandra. Bestäm skärningspunkten och cosinus för vinkeln mellan dem.
3. Genom ekvationen $(x + y)e^{xy} = 1$ definieras y som en funktion av x . Beräkna $y'(0)$.
4. Använd ett Maclaurinpolynom (dvs Taylorpolynom kring origo) av grad 2 för att approximativt beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = \ln(1 + x^2)$, linjen $x = \frac{1}{2}$ och x -axeln mellan $x = 0$ och $x = \frac{1}{2}$.
5. Bestäm alla primitiva funktioner (antiderivatives) till funktionen $f(x) = \sqrt{x} \cos \sqrt{x}$.
6. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 3n^2}{2n^4 + 1}$ är konvergent eller divergent.
7. Bestäm och karakterisera de lokala extrempunkterna till funktionen $f(x) = 2x + \arccos x$.

8.

8. Lös matrisekvationen $BXA = I$ där I är en enhetsmatrix,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} .$$

Del 2

9. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' - 5y' + 4y = 8e^x$, $y(0) = y'(0) = 0$.

10. Lös ekvationen $z^3 - (1+i)z^2 + (1+4i)z - 1 - 3i = 0$.

11. Beräkna volymen av den kropp som uppstår då det ändliga område som begränsas av kurvan $y = x(4-x^2)^{1/4}$ och x -axeln roterar kring x -axeln.

12. För vilka x är serien $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2n+1} + e^{-n} \right) x^n$ konvergent?