

## Hemuppgifter SF1603 FlerVariabel

12 febr 2014

1. a) Vilket krav måste de tre koefficienterna  $a, b, c$  uppfylla för att ekvationen  $ax + by + c = 0$  skall beskriva/betyda en rät linje i planet?
  - b) Kalla den räta linjen ovan  $L$ . Vilket krav måste koefficienterna  $a, b, c$  uppfylla för att linjen  $L$  skall vara tangent till cirkeln  $x^2 + y^2 = R^2$  ?
  - c) Samma fråga om  $L$  med avseende på cirkeln  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$  .
2. Ekvationen för ett allmänt kägelsnitt  $K$  kan skrivas

$$K : ax^2 + 2bxy + cy^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0.$$

Låt  $Q : (x_0, y_0)$  vara en punkt på  $K$ .

Visa att tangenten  $T$  till kurvan  $K$  i punkten  $Q$  har ekvationen

$$T : (2ax_0 + 2by_0 + \alpha)(x - x_0) + (2bx_0 + 2cy_0 + \beta)(y - y_0) = 0.$$

3. Kan Du specialisera föregående uppgift till de tre olika fallen parabel, ellips och hyperbel genom att välja bort vissa koefficienter och sedan välja vissa tecken (plus eller minus) för de kvarvarande koefficienterna? I så fall skulle Du kunna kontrollera ekvationen för vissa konkreta punkter.

4. a) Beräkna ekvationen för tangentplanet till ytan  $S : z = f(x, y) = \sqrt{xy}$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ , i en allmän punkt  $Q : (x_0, y_0, z_0)$  med  $z_0 > 0$ .

b) Beräkna ekvationen för tangentplanet till ytan  $H : z^2 = xy$  i en punkt  $P : (x_0, 0, 0)$  med  $x_0 > 0$ . Kan Du beskriva planet i ord?

c) Samma fråga som i b) för en punkt  $P : (0, y_0, 0)$  med  $y_0 > 0$ .

d) Har ytan  $S$  ett tangentplan i någon av punkterna  $P$  från b) och c) ?

e) Har ytan  $H$  ett tangentplan i origo?

5. a) Antag att en järnvägsräls i planet ges av negativa  $x$ -axeln plus halvcirkeln  $x^2 + (y - R)^2 = R^2$ ,  $x \geq 0$ , där  $R$  är en stor radie, så att rälsen nära origo för  $x \geq 0$  i stort sett ges av  $y = x^2/2R$ . Antag att vi far längs denna kurva med positionen  $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$ , där  $\frac{dx}{dt} = v_o = \text{konstant}$ . Beräkna hastigheten  $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$  och accelerationen  $\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$  före och efter tidpunkten  $t = 0$ . Blir  $\mathbf{a}(t)$  en kontinuerlig funktion av tiden  $t$  ?

b) Samma fråga om istället  $y = x^3$  då  $x \geq 0$ .