KTH Matematik
Kurt Johansson, Avd. Matematik

TENTAMEN SF1646
Analys i flera variabler, 6 hp för I1, K1, BIO1
Torsdagen 21/8 2008 kl. 14-19

Hjälpmedel: Inga.
Instruktioner: Tentamen består av 9 uppgifter. Maximal poäng på varje uppgift framgår nedan. Godkänt på KS nr i ger automatiskt full poäng på tal nr i. 12 p ger säkert godkänt. För poäng krävs väl motiverade lösningar. Endast svar ger 0 p.

1. Bestäm ekvationen för det tangentplan till ytan
$$z = x^2 - 4xy - 2y^2 + 12x - 12y - 1$$
som är horisontellt, dvs parallellt med xy-planet. (3p)

2. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y) = x^2 - y$ i området givet av $y \leq 2x$, $x \leq 2y$, $x \leq 1$. (3p)

3. Beräkna trippelintegralen
$$\iiint_D \frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}\, dxdydz,$$
där $D = \{(x, y, z)\,;\, 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \geq 0\}$. (3p)

4. Låt $f(x, y) = 2x + y + 2\cos(x + 2y)$. Bestäm ett närmevärde till $f(0.10, 0.20)$ genom att approximera f med ett polynom av andra graden givet av Taylors formel. (3p)

5. Beräkna arbetet som en partikel utför då den går ett varv i moturs riktning längs kurvan Γ given av $4x^2 + y^2 = 4$ i kraftfältet $\mathbf{F}(x, y) = (y + 3x, 2y - x)$. (3p)

6. Låt T vara den tetraeder vars hörn är belägna i punkterna $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ och $(0, 0, 1)$. Beräkna integralen
$$I = \iiint_D x + y\, dxdydz.$$
(3p)

v.g.v.

7. Låt a och b vara positiva konstanter. Härled ett uttryck för massan av en spiral given av $\mathbf{r}(t) = (a\cos t, a\sin t, bt)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, med masstäthet per längdenhet given av $\rho(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$. (3p)

8. Låt $F(x,y)$ vara en kontinuerligt deriverbar funktion. Vad blir uttrycket

$$x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y}$$

om vi övergår till polära koordinater $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$? (3p)

9. Funktionen

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ,(x,y) = (0,0) \end{cases}$$

är kontinuerligt deriverbar överallt utom möjligen i origo.

a) Visa att f är kontinuerlig i origo. (2p)

b) Är f kontinuerligt deriverbar i origo? (1p)

LYCKA TILL!