

# SF1646, Analys i flera variabler, 6 hp, för CBIOT1 och CKEMV1, VT 2010.

Kurt Johansson, Inst för Matematik, KTH

8 mars 2010

**Kursinnehåll:** Grundläggande kurs i differential- och integralkalkyl i flera variabler. Efter kursen skall studenterna känna till och kunna använda grundbegreppen i differentialkalkylen för flervariabelfunktioner: partiell derivata, differentierbarhet, differential, gradient, riktningsderivata, funktionalmatris, funktionaldeterminant, multipelintegral, kurvintegral. Mer specifikt skall studenten efter avslutad kurs kunna

- tillämpa kedjeregler vid partiell derivering samt avgöra om en funktion uppfyller en viss partiell differentialekvation
- bestämma tangentplan och riktningsderivator med hjälp av gradienter
- bestämma gränsvärden av en flervariabelfunktion samt avgöra om funktionen är differentierbar.
- bilda differentieringar och Taylorutvecklingar av flervariabelfunktioner
- transformera partiella derivator vid koordinatbyten
- bestämma och analysera karaktären hos stationära punkter
- lösa optimeringsproblem på olika typer av områden med eller utan bivillkor
- beräkna vissa multipelintegraler
- använda multipelintegraler vid beräkningar av volymer och areor samt beräkna längd med hjälp av integraler
- beräkna kurvintegraler med hjälp av parametrisering och Greens formel

**Förkunskaper:** SF1644 Analys i en variabel och SF1645 Linjär algebra.

**Undervisning:** Undervisningen består av 20 föreläsningar och 10 lektioner.

**Kurslitteratur:** Persson&Böiers, Analys i flera variabler, Studentlitteratur, samt tillhörande Övningar i analys i flera variabler, Studentlitteratur.

**Examination:** Skriftlig tentamen bestående av 9 uppgifter som vardera ger 3 poäng (3p), dvs totalt 27p. För godkänt krävs minst 12p. Komplettering för godkänt betyg kan bli aktuellt. Under kursen ges 3 kontrollskrivningar (KS) vardera omfattande 3 tal som vardera ger 3 poäng. För godkänt på en KS krävs minst 5p. Den som fått godkänt på KS nr  $i$  får automatiskt full poäng på tentamenstal  $i$ . **Inga hjälpmedel är tillåtna** vid KS eller tentamen. Spara din kontrollskrivning tills kursen är avslutad. Den är ditt kvitto!

Betygen som ges är A,B,C,D,E,F, där F är icke godkänt och betyget E eller högre medför godkänt.

Ordinarie tentamen ges fredagen den 28 maj, 8:00-13:00. **Obligatorisk anmälan.**

**Föreläsare:** Kurt Johansson, som har e-post kurtj@kth.se, telefon 08-790 6182.

**Lektionsledare:** Emma Hallgren, emmashallgren@gmail.com, för BIO grupp 1, Helena Buchberger, helenabu@kth.se, för BIO grupp 2, Katarina Bergerova, berger@kth.se, för K grupp 1, Mariana Dalarsson, mardal@kth.se, för K grupp 2 och Olanta Cuba Gyllensten, ollanta@kth.se, för K grupp 3.

**Kurssekreterare:** Ulla Gällstedt, som har e-post ulla@math.kth.se, och ansvarar för registrering och betygsrapportering.

**Kurswebsida:** På kursens hemsida hittar du ytterligare information och länkar till gamla kontroll- och tentamensskrivningar. Här kommer också lösningar till skrivningar att läggas upp.

Se <http://www.math.kth.se/math/GRU/2009.2010/SF1646/CKEMV/> eller <http://www.math.kth.se/math/GRU/2009.2010/SF1646/CBIOT/>

# Kursplanering

Läsanvisningarna nedan refererar till de olika avsnitten i läroboken Persson-Böiers: ANALYS I FLERA VARIABLER. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen Övningar i analys i flera variabler. På lektionerna kan även andra tal göras som ej är listade här. Det är viktigt att göra många övningar. Nedan finns listat rekommenderade övningar från övningsboken. Gör så många som möjligt!

## Del 1: DIFFERENTIALKALKYL I FLERA VARIABLER

- Föreläsning 1: 23/3. Kap. 1.1 - 1.4: Introduktion. Funktioner av flera variabler. Mängder i  $\mathbb{R}^n$ , öppna, slutna och kompakta mängder. Rekommenderade övningar: 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.11(c), 1.13, 1.15, 1.16(b)(c)
- Föreläsning 2: 24/3. Kap. 1.5, 1.6, 2.1-2.3: Gränsvärden och kontinuitet. Partiella derivator. Differentierbarhet. Linjär approximation. Tangentplan till funktionsyta. Rekommenderade övningar: 1.24(a)(b)(g), 1.29(c), 2.1(a)(b)(e), 2.6, 2.8(c), 2.9, 2.11
- Lektion 1: 25/3. Övningar: 1.10, 1.14(a)(b), 1.19, 1.24(d)(e), 1.29(a), 2.2(b), 2.10
- Föreläsning 3: 26/3. Kap. 2.3, 2.4:  $C^1$ -funktioner. Kedjeregeln. Något om partiella differentialekvationer. Gradient. Rekommenderade övningar: 2.13, 2.15, 2.18, 2.22, 2.23, 2.28, 2.29, 2.30, 2.34, 2.38, 2.39, 2.42(a), 2.46
- Föreläsning 4: 29/3. Kap. 2.4, 2.5, 2.7: Riktningderivata. Tangentplan till nivåyta. Differentialer. Derivator av högre ordning.  $C^k$ -funktioner. Rekommenderade övningar: 2.30, 2.34, 2.38, 2.39, 2.42(a), 2.46, 2.50, 2.52, 2.53, 2.55, 2.56, 2.57, 2.71(b)(d), 2.73, 2.74
- Lektion 2: 31/3. Övningar: 2.17, 2.21, 2.30, 2.33, 2.51, 2.57, 2.71(c)
- Föreläsning 5: 1/4. Kap. 2.6 (ej lokala extrempunkter s. 99 - 112), 3.1-3.3: Taylors formel. Funktionalmatriser och funktionaldeterminanter. Rekommenderade övningar: 2.60, 2.62, 3.9(b)(d), 3.12, 3.14, 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.25
- Föreläsning 6: 12/4. Kap. 3.4 (s. 146-150): Något om implicit givna funktioner. Exempel. Rekommenderade övningar: 3.23, 3.24

- Lektion 3: 13/4. **KS 1 första timmen.** Övningar: 2.61, 3.13, 3.18, 3.20

## **Del 2: OPTIMERING OCH INTEGRALKALKYL I FLERA VARIABLER**

- Föreläsning 7: 14/4. Kap. 2.6 (s.99-110), 4.1, 4.2: Lokala maxima och minima. Optimering. Rekommenderade övningar: 2.64, 2.66, 2.68, 2.69, 2.70, 4.1(c), 4.3, 4.4, 4.5, 4.10, 4.12, 4.14, 4.17, 4.21
- Föreläsning 8: 16/4. kap. 4.2,4.3: Optimering med bivillkor. Minsta kvadratmetoden. Rekommenderade övningar: 4.26, 4.28, 4.30, 4.32
- Lektion 4: 19/4. Övningar: 2.63, 2.67, 4.1(a), 4.6, 4.19, 4.25, 4.29.
- Föreläsning 9: 21/4. Kap. 6.1-6.3: Dubbelintegraler. Riemannsummor. Beräkning genom upprepad integration. Rekommenderade övningar: 6.1, 6.3, 6.5, 6.10, 6.12, 6.15, 6.17
- Föreläsning 10: 23/4. Kap. 6.2, 6.4: Variabelbyte i dubbelintegraler. Polära koordinater. Integralberäkning. Rekommenderade övningar: 6.21, 6.22, 6.24, 6.26.
- Lektion 5: 23/4. Övningar: 6.2, 6.11, 6.14, 6.20, 6.27
- Föreläsning 11: 26/4. Kap. 6.6: Generaliserade dubbelintegraler. Variabelbyte forts. Rekommenderade övningar: 6.33, 6.35, 6.36, 6.39, 6.40.
- Föreläsning 12: 28/4. Exempel.
- Lektion 6: 28/4. **KS 2 första timmen.** Övningar: 6.34, 6.37, 6.41

## **Del 3: MULTIPELINTEGRALER OCH DERAS ANVÄNDNING. KURVINTEGRALER.**

- Föreläsning 13: 29/4. Kap. 7.1: Trippelintegraler. Cylindriska och sfäriska koordinater. Rekommenderade övningar: 7.1, 7.2, 7.3, 7.8, 7.11, 7.15.
- Föreläsning 14: 3/5. Kap. 8.1, 8.4, 8.5: Generaliserade trippelintegraler. Volymberäkningar. Masscentrum. Medelvärden. Rekommenderade övningar: 8.1, 8.2, 8.9, 8.10, 8.28, 8.31.

- Lektion 7: 4/5. Övningar: 7.4, 7.13, 8.4, 8.11, 8.29
- Föreläsning 15: 5/5. Kap. 3.1.1, 9.1: Kurvor. Kurvintegraler. Längd av kurva. Rekommenderade övningar: 3.1, 3.5, 3.6, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6
- Föreläsning 16: 6/5. Kap. 9.2, 9.3, 9.4 (s. 344-346): Greens formel. Orientering om potential och exakt differential. Rekommenderade övningar: 9.9, 9.11, 9.12, 9.13, 9.18, 9.21, 9.23, 9.26 (9.29), (9.32)
- Lektion 8: 10/5. Övningar: 3.3, 9.1, 9.10, 9.14, 9.17, 9.22, 9.24
- Föreläsning 17: 12/5. Kap. 9.3: Flöde. Ytor. Arean av en buktig yta. Orientering om ytintegraler. Rekommenderade övningar: 9.28, 8.14, 8.15, 8.21
- Föreläsning 18: 17/5. Exempel.
- Lektion 9: 17/5. **KS 3 första timmen**. Övningar: 8.16, 8.17, 9.47 .
- Föreläsning 19: 19/5. Repetition.
- Föreläsning 20: 21/5. Repetition.
- Lektion 10: 21/5. Repetition.
- **TENTAMEN** den 28 maj, 8:00-13:00.

Med reservation för ändringar och eventuella felaktigheter.