Lösningar till Kontrollskrivning 1A, SF1646, K1/BIO1, VT08

Lösningarna på version B av kontrollskrivningen är snarlika varför endast svar ges.

1) Du skall gå i riktningen som ges av $-\operatorname{grad} h(1,1)$. Nu är

$$\operatorname{grad} h(x,y) = \left(-\frac{4\cdot 2x}{(1+x^2+2y^2)^2}, -\frac{4\cdot 4y}{(1+x^2+2y^2)^2}\right)$$

varför

$$-\operatorname{grad} h(1,1) = (\frac{1}{2}, 1).$$

Svar: $(\frac{1}{2}, 1)$.

Svar version B: $(1, \frac{1}{2})$.

2) En normal till tangentplanet i $(1,-1,2)$ ges av $\operatorname{grad} F(1,-1,2)$, där $F(x,y,z) = x^3+y^3+z^3-3z$. Vi får $\operatorname{grad} F(x,y,z) = (3x^2, 3y^2, 3z^2-3)$, vilket ger $\operatorname{grad} F(1,-1,2) = (3,3,9) = 3(1,1,3)$. Vi kan ta $(1,1,3)$ som normal. Planets ekavation blir $1\cdot(x-1) + 1\cdot(y-(-1)) + 3(z-2) = 0$, vilket ger $x+y+3z-6=0$.

Svar: $x+y+3z-6=0$

Svar version B: $x+y+2z=0$.

3) Kedjeregeln ger

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v}(-\frac{y}{x^2}),$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 0 + \frac{\partial f}{\partial v}(\frac{1}{x}).$$

Alltså är

$$x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = x\left(\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{y}{x^2}\frac{\partial f}{\partial v}\right) + \frac{y}{x}\frac{\partial f}{\partial v} = x\frac{\partial f}{\partial u} = u\frac{\partial f}{\partial u}.$$

Svar: $u\frac{\partial f}{\partial u}$

Svar version B: Samma svar.