KUNGL. TEKNISKA HÖGSKOLAN
Institutionen för Matematik, **Hösten 00.**

Tentamensskrivning i Linjär algebra II, 5B1109.
23 oktober 00, 14.00-19.00.

Hjälpmedel: Inga.
Anmärkning: Du får inga poäng för svar som inte har en noggrann förklaring.
16 poäng ger säkert godkänt.

Uppgift 1

Polynomet $x^3 - 9x^2 + 17x - 21$ har ett nollställe $\frac{3}{1-i\sqrt{2}}$. Bestäm övriga nollställen.

(3 poäng)

Uppgift 2

Bestäm alla lösningarna till ekvationssystemet

$$\begin{array}{cccccl} x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +x_4 & +3x_5 & = 14 \\ 2x_1 & +5x_2 & +13x_3 & +2x_4 & +13x_5 & = 49 \\ 4x_1 & +8x_2 & +13x_3 & +4x_4 & +13x_5 & = 59. \end{array}$$

(3 poäng)

Uppgift 3

Bestäm den matris X som är lösningen till ekvationen

$$X \begin{bmatrix} 1 & -5 & -17 \\ 3 & -14 & -48 \\ 14 & -67 & -228 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

(3 poäng)

Uppgift 4

För vilka tal a har följande ekvationssystem lösningar?

$$\begin{array}{cccl} 2x & -y & & = 5 \\ 3x & & +az & = 1 \\ -2x & -y & +az & = 1 \end{array}$$

(3 poäng)

Uppgifterna fortsätter på sidan 2

Uppgift 5

Vilka av följande två familjer med 3 vektorer spänner upp det 3-dimensionella vektorrummet $\mathbf{R}^3$. Vilka av de två familjerna är linjärt oberoende?

(a) $(1, 2, 3), (3, 7, -1), (-4, 2, 1)$.
(b) $(1, 2, 3), (3, 7, 22), (-4, -7, 1)$.

(3 poäng)

Uppgift 6

(a) Finns det någon punkt (x, y, z) där den kvadratiska formen

$$5x^2 + y^2 + 2z^2 + 4xy - 2xz - 2yz$$

antar ett negativt värde?

(b) Finns det någon punkt skild från $(0, 0, 0)$ där den antar värdet 0?

(4 poäng)

Uppgift 7

Bestäm avståndet från punkten $P = (3, 1, 0)$ till planet $5x + 6y - 7z + 8 = 0$.

(3 poäng)

Uppgift 8

Bestäm en ortonormal bas för vektorrummet spänt av vektorerna

$$u_1 = (1, 0, 2, 0), u_2 = (1, 2, 2, 1), u_3 = (4, -1, 3, 2).$$

(4 poäng)

Uppgift 9

Vilka av de tre matriserna nedan är diagonaliserbara?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(4 poäng)

Uppgifterna fortsätter på sidan 3

Uppgift 10

Bestäm matrisen A sådan att för varje punkt v i planet så är Av den punkt i planet som är symmetrisk med v med avseende på linjen $y = 3x$. (Det är detsamma som att matrisen A ger en spegling av planet med avseende på linjen $y = 3x$) (5 poäng)