

Lotto, ett skicklighetsspel!

JAN GRANDELL

KTH

1. Inledning. Du håller nog med om att om man köper en lott så är det bara en fråga om tur om man vinner och hur mycket man vinner. På samma sätt håller du nog med om att om man tippar så beror resultatet inte bara på tur, utan också på hur mycket man vet om fotboll och om olika lag. Ska man spela så ska man sikta högt, så vi bryr oss bara om högsta vinsten och om tretton rätt. Tips är lite komplicerat, eftersom man kan vinna olika mycket beroende på om det är en svår omgång eller inte. Det kan vara dumt att helt följa tidningarnas tips, eftersom om deras tips slår in så har nog många tippat precis som de, och vinsten blir inte så hög.

Hur är det nu med Lotto? I Lotto tippar man sju nummer bland talen 1 till 35. Precis som förut siktar vi högt och bryr oss bara om 7 rätt. Tänk Dig nu att du har spelat på Lotto och sedan får du veta att du har en rad med 7 rätt. När du jublat färdigt så blir du nog lite nervös, och börjar fundera på hur mycket du har vunnit. Det bästa är naturligtvis om du är ensam vinnare, för då är din lycka gjord.

2. Beskrivning av uppgiften. Din uppgift är att utreda följande:

Chansen att få sju rätt på Lotto beror bara på tur, men hur mycket man vinner om man har sju rätt beror även på skicklighet. (Tyvärr kommer du inte att få lära Dig hur du skall tjäna pengar på Lotto, men du får lära Dig hur du ska undvika att förlora onödigt mycket.)

Jag föreslår att du försöker Dig på följande uppgifter.

1. Räkna ut hur stor sannolikheten är för att få 7 rätt på en Lottorad. Försök att motivera varför raderna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 och 3, 15, 18, 27, 28, 31, 35 har samma sannolikhet att ge 7 rätt. I tidningarna kan man läsa att "nu har nummer 18 inte kommit på 10 veckor, så nu måste nummer 18 snart komma". Vad tror du om sånt?
2. (Din huvuduppgift.) Kalla den sannolikhet som du nyss räknat ut för p och antag att N Lottorader har lämnats in. Försök visa att

$$\text{Sannolikheten för att } k \text{ rader har 7 rätt är } \frac{(Np)^k}{k!} e^{-Np},$$

där $k! = k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, gäller med (nästan) perfekt noggrannhet om de tippade raderna får 7 rätt oberoende av varandra. Om detta gäller så säger man att antalet rader med 7 rätt är Poissonfördelat.

För att klara den här uppgiften måste du läsa ganska mycket. Ska jag försöka hjälpa dig lite på traven så tycker jag att du ska göra så här.

- (a) Antag att olika rader får 7 rätt oberoende av varandra.
- (b) Övertyga Dig om att antalet rader med 7 rätt är binomialfördelat. Vad man menar med att något är binomialfördelat kan du läsa om i Bloms bok.
- (c) Utnyttja att binomialfördelningen ibland kan approximeras med Poissonfördelningen.

3. I tidningarna kan du få reda på hur många som har fått 7 rätt vecka för vecka. Om vi antar att ungefär lika många Lottorader lämnas in varje vecka, dvs att N är lika varje vecka, så borde "fördelningen" för 7 rätt stämma med Poissonfördelningen. Om du ritar ett stolpdiagram så kommer du att se att det inte stämmer. Troligen finns det en eller annan vecka där antalet rader med 7 rätt är alldeles "för många". När du gör detta så bör du välja Np som medelantalet som har haft 7 rätt under de veckor som du tittat på.

Du bör åtminstone titta på resultaten från ett halvt år. Sådana uppgifter kan du hitta i tidningarna.

4. Fundera på varför Poissonfördelningen inte stämmer.

En möjlighet är att det var fel att anta att ungefär lika många Lottorader lämnas in varje vecka. Lite fel är det naturligtvis, men det är nog inte så fel att det förklarar varför det inte stämmer.

En annan möjlighet är att det var fel att anta att raderna får 7 rätt oberoende av varandra. Det är nog här felet ligger. Nu är begreppet "oberoende" väldigt svårt, så bekymra Dig inte så mycket om du tycker att stycket som kommer nu verkar krångligt. När du läst det som du måste för att göra specialarbetet tror jag att stycket inte verkar så konstigt längre.

Nu kan man tycka, att eftersom en person ju inte vet hur andra tippas, så borde de inlämnade raderna vara tippade oberoende av varandra. Så är det nog också, men detta är faktiskt inte samma sak som att olika rader får 7 rätt oberoende av varandra. Detta att många tippas system strider mot oberoendet, men det "drar åt fel håll". Förklaringen måste i praktiken vara att vissa tippade rader är vanligare än andra. Matematiskt betyder oberoende att om vi har två händelser A och B så är A och B oberoende om $P\{A \text{ och } B\} = P\{A\}P\{B\}$. Om A och B är händelserna att två godtyckligt valda tippade rader har 7 rätt, så blir den betingade sannolikheten för A , när vi vet att B har inträffat, större än sannolikheten för A . Förklaringen är att om B inträffar så var det nog en "vanlig" rad som fick 7 rätt, och därför är chansen att en annan rad också skall ha 7 rätt större. För att förstå det här kan du tänka dig att bara två rader tippas, t.ex. raderna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 och 3, 15, 18, 27, 28, 31, 35. Låtsas nu att alla bara tippas en rad och att var och en väljer raden 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 med sannolikheten 0,5 och raden 3, 15, 18, 27, 28, 31, 35 med sannolikheten 0,5. Då tippas alla oberoende

av varandra, men de vinner inte oberoende av varandra. Antingen vinner ju ingen, eller också vinner ju väldigt många. I detta fall är den betingade sannolikheten för A , när vi vet att B har inträffat 0,5. Du tycker kanske att det här exemplet är väldigt fånigt, men det är ofta bra att tänka på "extrema" fall för att förstå vad som händer.

Slutsatsen är att olika rader är olika vanliga, och man kan därför, ungefär som på tips, tala om tala om lätta och svåra omgångar. Skälet kan vara att en del tippas snygga mönster eller har "favorit-tal". Andra tippas "enkla" rader. Om raden 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ger 7 rätt lär vinsten bara bli några hundra. Det lär också vara så att låga nummer förekommer mer än höga nummer. Det kan bero på att den som tippas börjar i nummerordning och att talen "tar slut". Många försöker nog slumpa ut talen, men det visar sig att de flesta tror att slumpen sprider ut talen jämnare än vad den gör. För att du skall få en känsla för hur slumpen uppträder, så har jag "slumpat" 100 rader.

Fråga gärna några som brukar spela Lotto, hur de väljer sina tal.

5. Fundera på hur man "bör" tippa i Lotto.

Det gäller att tippa en så "ovanlig" rad som möjligt. Tänk på att om ett par till i Sverige har samma rad, så räcker det att ett för att raden ska vara "vanlig" och därför inte bra.

Mitt förslag är att man lägger 35 lappar i en skål och drar 7 stycken. Visserligen har man ingen garanti för att bli ensam om raden, men man undviker nog "vanliga" rader.

Slumpade Lottorader.

1 5 8 13 22 30 35	2 13 14 20 25 29 33	13 17 18 21 23 30 35
9 10 15 18 22 29 34	1 5 11 21 25 31 35	8 13 14 17 18 28 29
5 7 16 17 27 34 35	10 16 21 26 33 34 35	1 3 7 14 19 26 32
6 10 18 19 20 28 30	1 12 19 27 28 31 32	6 7 15 19 22 29 31
3 4 18 20 24 27 30	6 7 8 9 13 14 22	10 11 15 16 23 25 32
3 7 14 16 20 21 25	2 4 5 21 24 33 34	3 9 17 26 30 32 33
2 9 12 13 16 22 35	4 19 22 23 27 29 33	4 8 10 16 18 28 33
4 15 16 25 28 29 35	12 16 17 28 29 30 35	1 9 15 20 30 31 32
6 12 19 23 30 31 33	6 7 10 15 20 22 25	2 11 15 24 33 34 35
11 14 15 19 23 26 32	1 3 12 15 19 23 33	11 16 17 21 23 26 31
1 3 5 8 20 24 32	2 3 13 15 21 22 28	1 2 9 18 24 33 35
14 15 16 20 23 27 33	2 12 16 23 29 33 35	13 14 21 23 24 27 28
2 11 14 16 21 34 35	7 10 11 15 21 28 33	2 3 11 20 22 25 29
4 6 8 11 14 20 24	2 5 6 13 16 19 23	13 14 17 19 20 24 25
6 10 13 15 17 20 34	9 12 18 21 23 27 33	1 7 13 14 18 21 22
5 6 22 24 31 32 34	10 11 14 15 16 20 26	1 11 15 21 22 26 31
4 6 13 15 20 25 29	1 9 12 23 31 34 35	3 8 10 13 15 26 28
7 8 13 25 26 33 35	8 11 14 16 18 23 29	10 11 13 17 22 32 34
3 5 15 16 18 22 23	1 3 6 13 17 24 35	3 5 6 8 23 32 33
2 3 4 5 16 22 35	5 14 18 21 22 26 31	3 6 8 17 27 28 35
4 15 17 24 25 29 32	7 15 16 21 25 34 35	15 17 18 25 31 32 34
3 12 14 16 24 26 28	6 13 25 26 31 33 34	9 19 23 25 28 33 34
1 3 4 10 15 17 35	6 12 15 17 19 32 35	1 9 22 26 29 30 33
1 12 14 15 20 29 30	3 4 6 8 13 20 34	4 6 11 22 23 29 35
11 13 14 15 20 22 32	6 13 20 22 23 24 29	6 7 17 27 32 34 35
2 5 6 10 17 18 31	4 8 17 26 27 30 35	7 16 18 20 29 30 32
9 10 12 20 24 25 29	13 16 17 20 21 30 35	6 11 15 17 22 26 28
4 8 11 15 25 26 27	13 18 21 28 30 31 35	5 18 19 22 23 24 32
1 4 6 10 15 20 35	6 7 10 11 16 28 35	7 9 12 14 15 22 30
1 2 3 4 8 11 27	2 5 10 13 17 26 35	2 16 19 22 24 34 35
5 6 12 14 18 21 23	5 6 11 24 27 28 32	2 7 8 10 19 27 33
10 11 19 23 25 26 27	1 2 4 12 14 24 31	4 6 7 9 13 20 25
4 10 11 13 29 30 34	3 5 7 22 26 29 31	1 5 11 14 19 26 30
3 4 10 18 19 25 30		

Varför bör Du inte använda någon av dessa rader om Du spelar på Lotto?

LYCKA TILL MED DITT ARBETE!

Jag hoppas att du – när du har gjort arbetet – tycker att sannolikhetslära verkar roligt. Vill du lära dig mera så skall du läsa ämnet matematisk statistik. Matematisk statistik finns både på universiteten och på de tekniska högskolorna.

Litteratur

En bra och ganska lättläst bok som passar för din uppgift är:
Blom, G., *Sannolikhets teori och statistikteori med tillämpningar*.
Bok C, Studentlitteratur, Lund 1980.