

**LAPPSKRIVNING I
KOMPLEX ANALYS 5B1201 OCH 5B1216**

den 20 september 2004, skrivtid 8:00-10:00

Inga hjälpmedel tillåtna

Lappskrivningen består av 3 uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. Totalsumman är $3 \times 3 = 9$ p. För godkänt krävs 6 poäng.

- 1.** Låt $u(x, y) + iv(x, y)$ vara en analytisk funktion i $\Omega \subset \mathbb{C}$, $z = x + iy \in \Omega$.
a) Visa att funktionen $u(x, y) \cdot v(x, y)$ är harmonisk i Ω ;
b) Hitta alla analytiska funktioner $w(z)$ sådan att $\operatorname{Re} w(z) = u(x, y) \cdot v(x, y)$.

- 2.** Beräkna linjeintegralen

$$\int_C z \operatorname{Im} z \, dz,$$

där C är triangeln med hörn i $z_1 = 0$, $z_2 = 3$, och $z_3 = 3 + 4i$.

- 3.** Beräkna integralen

$$\int_{|z|=2} \frac{3z - 2}{z(z - 1)} \, dz.$$

Institutionen för Matematik

KTH

Ari Laptev