Institutionen för Matematik, KTH

Lösningar till Fx-tentamen i Flervariabelanalys (SF1626)

19/4 2010

1. Låt $\mathbf{v} = 2^{-1/2}(1,1)$. Riktningsderivatan är

$$f'_{\mathbf{v}}(1,0) = \mathbf{v} \cdot \mathrm{grad} f(1,0) = 2^{-1/2}\big(f'_x(1,0) + f'_y(1,0)\big)$$

där

$$f'_x(x,y) = -2(x-y)e^{-(x-y)^2}$$
$$f'_y(x,y) = 2(x-y)e^{-(x-y)^2}$$

vilket ger

$$f'_{\mathbf{v}}(1,0) = 2^{-1/2}(-2+2)e^{-1} = 0.$$

2. Vi har

$$\int\int_D f(x,y)dxdy = \int_0^1 (\int_0^x ydy)dx = \int_0^1 \left[\frac{y^2}{2}\right]_{y=0}^{y=x} dx = \int_0^1 \frac{x^2}{2}dx = \left[\frac{x^3}{6}\right]_0^1 = \frac{1}{6}.$$

3. Låt $f(x,y) = x^2y + x + y + 1$. Tangentplanets ekvation är

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

och vi har

$$f'_x(x,y) = 2xy + 1$$
$$f'_y(x,y) = x^2 + 1$$

vilket ger tangetplanet

$$z = 4 + 3(x-1) + 2(y-1)$$

som kan skrivas $z = 3x + 3y - 1$.