Institutionen för Matematik, KTH

Kontrollskrivning 1, Flervariabelanalys för CINEK (SF1626) den 10/2 2010

Beta Mathematical Handbook är tillåtet hjälpmedel.

(a) Råd för att undvika poängavdrag: Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar; förklara symboler som införs; formulera given information i början låt sedan varje följande steg i ditt resonemang bygga på vad du skrivit tidigare; avsluta med en slutsats i en fullständig mening. Kursbokens presentation är en förebild, men inte lärarens förkortade skrivsätt på tavlan.

(b) Varning: Svar utan noggrann förklaring ger inga poäng.

Skrivningen har fyra uppgifter. Lämna in lösningar till **högst tre** *av dessa.*

1. *Bestäm tangentplanet till funktionen* $f(x,y) = xy$ *i punkten* $x = 1$, $y = 1$.

2. *Bestäm riktningsderivatan av funktionen*

$$f(x,y,z) = \frac{x}{y} - \frac{y}{z}$$

i punkten $(-1,1,1)$ *i den riktning som vektorn* $(1,0,-1)$ *pekar; ange också i vilken riktning funktionen växer snabbast i punkten* $(-1,1,1)$.

3. *Antag att* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *är differentierbar och har ett lokalt maximivärde i origo. Förklara varför* $\mathit{grad} f(0,0) = (0,0)$.

4. *Planeters (och partiklars) läge* $\mathbf{x} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ *och hastighet* $\mathbf{p} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ *som funktion av tiden,* t, *kan ofta beskrivas av Newtons ekvationer*

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt}(t) &= \mathbf{p}(t) \\ \frac{d\mathbf{p}}{dt}(t) &= -\mathit{grad}\, V\big(\mathbf{x}(t)\big) \end{aligned} \tag{1}$$

i ett kraftfält $\mathit{grad} V$ *från en given potential* $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. *Förklara varför ekvationen* (1) *implicerar att systemets energi,* $E(t) = |\mathbf{p}(t)|^2/2 + V(\mathbf{x}(t))$, *är konstant under all tid.*