

# Diff & Int 5B1106, 2004/08/19, 8.00–13.00

*Inga hjälpmmedel är tillåtna.*

För betyg 3 erfordras minst 16 poäng, för betyg 4 minst 22 poäng, och för betyg 5 minst 30 poäng inklusive bonuspoäng. Det maximala antalet poäng är angivet inom parentes vid varje uppgift. Total poäng 35.

Ange dina bonuspoäng på skrivningsomslaget. **Motivera ordentligt ditt svar.**

**1a)** Beräkna följande gräsvärden

(3p)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x^2 + x)}{x^2 + x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 + x)}{x^2 + x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^2 + 2x)}{x^2 + x},$$

**1b)** Låt

(1p)

$$f(x) = (x+1) \sin 2x + 1,$$

och visa att

$$|f(x) - 1| < 3\epsilon, \quad \text{då } |x| < \epsilon$$

för  $0 < \epsilon < 1$ .

**2)** För vilka  $x > 0$  är funktionen

(4p)

$$f(x) = \int_0^x \left( \frac{t^2 - t}{1+t} \right) dt$$

a) Växande?

b) Konvex?

**3)** Bestäm en funktion  $f(x)$  sådan att

(4p)

$$f'(x) = \frac{1}{x} \left( \frac{-8 + 3x}{x^2 + 16} \right), \quad \text{och } f(1) = 0.$$

**4)** Det begränsade området mellan kurvan  $y = 1 - (x-1)^2$  och  $x$ -axeln roterar ett varv kring  $y$ -axeln. Bestäm volymen och arean av den alstrade kroppen. (*Glöm ej under sidan av kroppen.*)

**5)** Bestäm alla lösningar till differentialekvationen

(4p)

$$y''(t) + 2y'(t) - y(t) = 2t - 1.$$

**6)** Bestäm integralen

(5p)

$$\int xe^x \cos x \, dx.$$

**V.G.V.**

**7)** Bestäm  $f^{(9)}(0)$  då (1+2+2=5p)

**a)**  $f(x) = e^{x^2}$ ,      **b)**  $f(x) = \arctan x^3$       **c)**  $\ln(1 + x^3)$ .

**8)** Bestäm konvergens/divergens hos integralen (5p)

$$\int_1^\infty \frac{(3x+1)(\log x)}{x^3-x} dx.$$

*Lycka till*