Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning för B, Bio, K, L, M, T och V i Linjär algebra I, 5B1108, 4p.
Onsdagen den 25 oktober 2000, kl $14^{00} - 19^{00}$.

SKRIV DITT GRUPPNUMMER PÅ OMSLAGET!

Inga hjälpmedel tillåtna.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

Fordringar: Betyget 3: 16 – 21p; betyget 4: 22 – 29p; betyget 5: 30p –, inklusive bonus.

1. Skriv på polär form: $\dfrac{(\sqrt{3} + \mathrm{i})^{71}}{(\sqrt{3} - \mathrm{i})^{69}}$ (3p)

2. En triangel har sina hörn i punkterna (1, 2, 3), (2, 5, 5) och (3, 3, 6). Vilken är triangelns area? (3p)

3. Bestäm på formen $a + \mathrm{i}b$, där a och b är reella, rötterna till ekvationen
$$z^2 - (6 - 2\mathrm{i})z + 11 - 10\mathrm{i} = 0.$$ (3p)

4. Beräkna $(A^{\mathrm{T}} + A^{-2})A$ då $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. (4p)

5. Bestäm för alla a-värden *antalet* lösningar till ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + ay + 2z = 1 \\ 2x + y + az = 2 \\ x + 2y + 2z = 2a - 3 \end{cases}$$
Bestäm också alla lösningarna för det (eller de) a-värden då det finns oändligt många. (4p)

6. Bestäm ekvationen för det plan som går igenom punkten (1, 1, 1) och innehåller skärningslinjen mellan planen $x + 3y - 7z + 5 = 0$ och $x - y + 2z - 3 = 0$. (4p)

7. Den linjära avbildningen T från $\mathbf{R}^2$ till $\mathbf{R}^2$ avbildar (3, 4) på (1, 2) och (2, 3) på (1, 3). Visa att T är en 1-1-avbildning. Bestäm också (x, y) så att $T(x, y) = (3, 7)$. (4p)

8. Låt $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$. Bestäm en matris P sådan att matrisen
$$P^{-1}AP$$
är diagonal. Beräkna sedan med hjälp av detta matrisen A^7. (5p)

9. Ekvationen
$$3z^4 + 2z^3 + 5z^2 + 2z + 3 = 0$$
har alla sina rötter på enhetscirkeln i det komplexa talplanet. Bestäm med ledning av detta en sådan rot. (5p)

Lycka till!