Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning, 2003–04–23, kl. 14^{00}–19^{00}.

5B1118 Diskret matematik, för IT.

De uppgifter som svarar mot bonusmoment som man klarat räknas som redan avklarade. Gränsen för godkänt är 15 poäng, för 4:a, 22 poäng, och för 5:a, 30 poäng.
Inga hjälpmedel! Redovisa lösningarna så att de blir lätta att följa.

1. På en lunchrestaurang har man två rätter att välja mellan, en fiskrätt för 45 kronor och en kötträtt för 52 kronor. När man räknade kassan en dag hade man fått in 620 kronor. Hur många hade valt fisk respektive kött den dagen? (3p)

2. Vi vill ställa 10 olika böcker och 2 identiska bokstöd på en hylla med väggar. På hur många sätt kan detta göras om vi vill undvika att ställa bokstöden i kanterna eller bredvid varandra? (3p)

3. Antag givet ett RSA-system med krypteringsnyckel $n = 65, e = 11$. Dekryptera meddelandet "2". (3p)

4. Ge en explicit isomorfi mellan $\mathbf{C}_2 \times \mathbf{C}_3 \times \mathbf{C}_5$ och $\mathbf{C}_{30}$. (3p)

5. Bestäm alla reguljära sammanhängande grafer med 7 hörn. Isomorfa grafer räknas som lika. Rita! (3p)

6. Hur många permutationer finns det i $\mathbf{S}_7$ som är konjugerade till $(123)(4567)$? (4p)

7. Visa att $\mathbf{C}_6$ är den enda abelska gruppen av ordning 6 om vi betraktar isomorfa grupper som lika. (4p)

8. Använd sållprincipen för att visa att antalet surjektioner från en n-mängd till en k-mängd är
$$\sum_{i=0}^{k}(-1)^i\binom{k}{i}(k-i)^n.$$
(4p)

9. I boken finns det en formel som ger en uppskattning av dimensionen hos en linjär kod med en given längd som rättar ett visst antal fel. Om man tillämpar den formeln på linjära koder med längd 10 som rättar 3 fel får man att den maximala dimensionen blir $k \leq 2$. Visa att den maximala dimensionen i själva verket är 1. Ge också exempel på en linjär kod med längd 10 och dimension 2 och som rättar 2 fel. (4p)

V.g. vänd!

10. Anta att u är ett multiplikativt inverterbart element i $\mathbf{Z}_m$. Visa att multiplikation med u ger en permutation av elementen i $\mathbf{Z}_m$ med egenskapen att element som ligger i samma cykel har samma största gemensamma delare med m. Bestäm sedan de permutationer som svarar mot de inverterbara elementen i $\mathbf{Z}_{12}$. (4p)