Tentamenskrivningen i Diskret Matematik, 5B1118, 2003-05-26

Skriv lösningarna prydligt och motivera dem väl. För betyg 3 krävs 20p. För betyg 4 krävs 24p. För betyg 5 krävs 28p.

Del A, 3p per uppgift

1. Hitta alla heltalslösningar till ekvationen $325x + 26y = 91$.
2. En funktion $f : S_5 \to S_5$ avbildar varje permutation π på $(12)(354) \times \pi$. Förklara varför f är en bijektion. Ange inversen till f explicit.
3. Hur många icke-negativa lösningar har ekvationen $x_1+x_2+x_3+x_4 = 11$?
4. Hitta alla x i $\mathbf{Z}_{200}$ som uppfyller $x^{80} + 199 = 0$.
5. Rita undergruppsgallert för gruppen C_{24}.
6. En *mättad cyklisk kolhydrat* kan representeras av en sammanhängande graf med följande egenskaper: (i) Högsta valensen är 4 samt (ii) det finns exakt en cykel. Lista alla mättade cykliska kolhydrater med 5 kolatomer genom att rita motsvarande grafer (som har fem hörn). Motivera ditt svar.

Del B, 4p per uppgift

7. Betrakta gruppen G av alla symmetrier till en regelbunden 6-hörning. Skriv multiplikationstabellen i G (2p). Visa att $[G, G] = \{aba^{-1}b^{-1} | a, b \in G\}$ är en undergrupp i G (1p). Lista dess vänstra sidoklasser i G (1p).
8. Låt S vara en mängd med n element. Hur många par (A, B) av delmängder till S finns det om A måste vara en delmängd av B? OBS: En delmängd behöver inte vara äkta; par (A, A) räknas.
9. Bevisa att om a, b är heltal, så är $2^a - 1 \bmod 2^b - 1 = 2^{a \bmod b} - 1$. Beteckningen $x \bmod y$ syftar på resten vid divisionen av x med y.
10. *k-kuben* Q_k är en graf med hörn som är markerade med ord av längd k från alfabetet $\{0, 1\}$. Kanterna förbinder endast de hörn vars 'namn' skiljer sig precis i en bokstav; T.ex. i Q_3 finns det en kant mellan 001 och 000 men inte mellan 111 och 100.

    Ge ett bevis på att Q_k är en k-reguljär bipartit graf fór alla k.