

KTH

Diskret Matematik, 5B1118, IT1

16 januari 2004

20-23 poäng ger betyg 3, 24-27 poäng ger betyg 4, 28 poäng eller mer ger betyg 5.

Motivera era lösningar väl. Skriv prydligt!

LYCKA TILL!

DEL A, 3p per uppgift

1. Visa **med hjälp av induktion** att antalet delmängder till mängden $M = \{x \in \mathbf{Z} \mid 1 \leq x \leq n\}$ är lika med 2^n .
2. Hitta alla positiva heltalslösningar till ekvationen $15x + 26y = 933$.
3. På pizzeria "Al Forno" får kunden själv komponera en egen pizza (tomat och ost ingår alltid). Det finns en lista på 15 olika ingredienser och kunderna får välja upp till 3 stycken från den listan till sin pizza. De får också välja samma ingrediens en, två eller tre gånger. Hur många olika pizzor finns det på menyn (förutsett att ordningen på ingrediensvalet inte spelar någon roll)?
4. Planeten K-pax använder sig av RSA för att koda sina meddelanden. Deras representant läckte till pressen att den planetära allmänna nyckeln är $(667, 3)$. Knäck koden genom att hitta dekrypteringsexponenten och dekryptera meddelandet '2'.
5. Bestäm (gör en lista av alla element i) den undergruppen i permutationsgruppen S_4 som genereras av (123) och (234) .
6. Rita alla sammanhängande träd med 6 hörn. Motivera ditt svar.

DEL B, 4p per uppgift

7. Fibonaccital definieras rekursivt genom $a_0 = 1, a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$. Vilka Fibonaccital är jämna? Motivera din hypotes med induktionsresonemang.
8. En grupp G består av åtta element: $1, i, j, k, -1, -i, -j, -k$. Man vet också att $(-1)^2 = i^2 = j^2 = k^2 = ijk = 1$ och dessutom att multiplikation med -1 byter tecken på element. Komplettera multiplikationstabellen (1p). Ange undergruppsgallret (3p).
9. I en sammanhängande bipartit graf med e kanter och v hörn gäller $4e \leq v^2$. Visa detta.
10. Visa att i en följd av m heltal finns alltid en eller fler successiva termer vars summa är delbar med m .