

Inga hjälpmedel. Skriv prydligt. Motivera lösningarna väl. Betygsgränser: 20p för 3, 24p för 4, 28p för 5.
Lycka till!

DEL A, 3p per uppgift

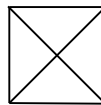
1. Visa med induktion att om $a_0 = 0$ och $a_n = 2a_{n-1} + 1$ så är $a_n = 2^n - 1$.
2. Hitta alla positiva heltalslösningar till ekvationen $5x + 7y = 120$.
3. Hur många olika ord med 6 bokstäver kan man bilda med bokstäverna i ordet KOMBINATORIK?
4. Den publika (allmänna) nyckeln för ett RSA-schema är ($n = 167$, $e = 107$). Bestäm dekrypteringsexponenten d och dekryptera meddelandet "100".
5. Beräkna $aba^{-1}b^{-1}$ för följande permutationer
 - a) $a = (12)$, $b = (345)$
 - b) $a = (12)$, $b = (245)$
6. Avgör om grafen med incidenstabellen

1	2	3	4	5	6
2	1	2	1	1	1
4	3	4	3	2	2
5	5	5	5	3	3
6	6	6	6	4	4

har en Hamilton-stig. Har den en Eulersk stig också?

DEL B, 4p per uppgift

7. Beräkna kromatiska polynomet för grafen (varje skärningspunkt räknas som ett av grafens hörn)



8. Beskriv krypteringsmetoden med en allmän nyckel. Förklara även hur en digital signatur kan skapas med hjälp av metoden.
9. Förklara varför två permutationer med samma cykeltyp är alltid konjugerade.
10. Låt G vara en mängd av element $\{ \mathbf{0}_x, \mathbf{1}_y \mid x, y \in \mathbf{Z}_5 \}$. Operationen $*$ definieras som

$$\mathbf{0}_x * \mathbf{0}_y = \mathbf{0}_{x+y}; \mathbf{1}_x * \mathbf{0}_y = \mathbf{1}_{x-y}; \mathbf{0}_x * \mathbf{1}_y = \mathbf{1}_{x+y} \text{ och } \mathbf{1}_x * \mathbf{1}_y = \mathbf{0}_{x-y}.$$

Visa att $(G, *)$ är en grupp med 10 element. Bestäm ordningen av alla element i G .