

Tentamen i 5B1118 Diskret Matematik 5p.
24 Maj, 2004

- Skrivtid: 8:00-13:00.
- Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare med sifferdisplay.
- Väl motiverade svar krävs!
- För godkänt (=Betyg 3) fordras minst 18 poäng, för betyg 4 minst 23 poäng och för betyg 5 minst 30 poäng.

DEL A, 3p per uppgift.

- (1) (3p) Hitta alla positiva heltal m, n som uppfyller

$$15m + 30n = 45$$

- (2) (3p) Hur många arrangemang av bokstäverna i ordet MATEMATIK finns det? Hur många av dessa innehåller inte sekvensen "AA"?

- (3) (3p) Låt $G = (V, E)$ vara en enkel graf. Bestäm $|V|$ om G har 12 kanter och varje nod har grad 4. Rita en geometrisk representation av G .

- (4) (3p) Betrakta funktionen:

$$f : \mathbb{Z}_+ \times \mathbb{Z}_+ \rightarrow \mathbb{Q}_+; \quad f(m, n) = \frac{m}{n}$$

- (a) Är f surjektiv?
(b) Är f bijektiv?

- (5) (3p) Givet ett RSA-system med krypteringsnyckel $n = 77$ och $e = 7$. Dekryptera meddelandet 3.

DEL B, 5p per uppgift.

- (6) (5p) Betrakta den fullständiga bipartita grafen $K_{m,n}$.¹
- For vilka värden på m och n är $K_{m,n}$ en Eulergraf?
 - Välj ett par m, n sådan att $K_{m,n}$ är en Eulergraf och rita en Eulerkrets.
 - Finns det något par m, n sådan att $K_{m,n}$ inte är en Eulergraf, men har en Eulerväg?
- (7) (5p)
- Visa att om $a, b \in \mathbb{Z}_n$ är inverterbara² då är ab och b^{-1} inverterbara. (b^{-1} betecknar multiplikativa inversen av b).
 - Låt $G = \{a \in \mathbb{Z}_{32} \text{ sådan att } a \text{ är inverterbart}\}$. Bestäm alla elementerna i G .
 - Är (G, \cdot) en grupp? (multiplicationen \cdot är multiplicationen modulo 32).
- (8) (5p) Visa att grupperna $(\mathbb{Z}_4, +)$ och $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2, +)$ är inte isomorfa.
- (9) (5p) Bestäm antalet permutationer $\sigma \in \mathbb{S}_5$ som uppfyller:
- $$\sigma \neq id \text{ och } \sigma^2 = id.$$

¹Grafen har $m + n$ noder, uppdelad i två mängder V_1, V_2 med m respektive n element, där kanter förbinder varje nod i V_1 med varje nod i V_2 , men inga kanter går mellan två noder i V_1 och inga mellan två noder i V_2

²Med avseende på multiplicationen.