Institutionen för Matematik
KTH
Helge Maakestad

Tentamensskrivning 2004-01-09, kl. 08.00-13.00
5B1121 Baskurs i Matematik, 4p

Tentamen består av 12 uppgifter a 3 poäng. För godkänt betyg 3 fordras minst 15 poäng. För betyg 4 minst 22 poäng och för betyg 5 minst 29 poäng.

1. Låt $z = 3 + 2i$. Beräkna ett komplext tal w så att $zw = 1$.

2. Beräkna $\sum_{k=1}^{n} (\frac{1}{2})^k$.

3. Låt M vara linjen genom punkterna $(1, 0)$ och $(3, 2)$ i xy-planet. Bestäm ekvationen för linjen L som är normal till linjen M och går genom punkten $(2, 2)$.

4. Beskriv linjen L i uppgift 3 på parameterform.

5. Lös ekvationen $z^2 + 2(1 + i)z + 8 - 4i = 0$.

6. För vilka x gäller olikheten

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 4x^2 - x + 4} < 0.$$

7. Lös ekvationen $|x-1|+|x+2|=2x+3$.

8. Lös ekvationen $x^4+7x^3+21x^2+37x+30=0$.

9. Visa med induktion identiteten

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$$

för alla $n \geq 1$.

10. Lös ekvationen $|x^2-3x+2|=\frac{1}{4}$.

11. Lös ekvationen $3^{2x}-5(3^x)-6=0$.

12. Låt $a_0=1$ och $a_1=1$. Definiera rekursivt $a_n=a_{n-1}+6a_{n-2}$ för $n \geq 2$. Visa med induktion formeln

$$a_n=\frac{1}{5}(3^{n+1}+(-1)^n 2^{n+1})$$

för $n \geq 0$.

Lycka till!