

5B1124, Differential- och integralkalkyl I, del 1, LV.

5B1104, Differential- och integralkalkyl I, del 1.

Tentamen, fredag 25 april 2003 kl 8.00–13.00.

Svara med motivering och mellanräkningar. Tillåtet hjälpmedel är Beta. För betyg tre krävs 15 poäng på A-delen. För fyra eller femma ska man dessutom ha 9 resp 15 poäng på B-delen. Under kursen har sju skrivningar getts och godkänd skrivning räknas som 3 poäng på motsvarande uppgift i A-delen. För L och V motsvarar skrivning 1–7 uppgift 1–7 men för D gäller följande tabell.

Skrivning	L1	H1	L2	H2	L3	H3	L4
Uppgift	1	2	3	5	7	8	6

DEL A

(3p) 1. Funktionen $f(x) = |\sin x|$ är deriverbar utom för vissa x -värden. Vilka? Vad är vänster- och högerderivatan för dessa x -värden? (Motivering krävs.)

(3p) 2. Sjuttonde derivatan för följande funktion är en konstant. Vilken konstant?

$$f(x) = e^{17 \ln x}$$

(3p) 3. Bestäm största värdet av funktionen $f(x) = x\sqrt{12-x}$ på intervallet $3 \leq x \leq 11$. Antar $f(x)$ värdet 8 någonstans i intervallet?

(3p) 4. Ange en linjär approximation till $f(x) = x \sin x$ som gäller i närheten av $x = \pi$.

(3p) 5. Beräkna en antiderivata till funktionen

$$f(x) = xe^{\sqrt{x-1}}$$

(3p) 6. Avgör om följande integral är konvergent och bestäm i så fall dess värde.

$$\int_0^{17} \frac{dx}{\sqrt{|x-1|}}$$

(3p) 7. Området mellan kurvan $y = \cos x$ och x -axeln mellan $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ roterar kring y -axeln. Bestäm rotationsvolymen!

(3p) 8. Bestäm för vilka x följande potensserie konvergerar.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2n+1}$$

DEL B

- (5p) 9. Vilken lösning till följande differentialekvation har $y(0) = y'(0) = 0$?

$$y'' + y = x^2$$

- (5p) 10. Vilken punkt på följande kurva ligger närmast origo?

$$y = \frac{1}{1 + 4x^2}, \quad x \geq 0$$

- (5p) 11. Bevisa olikheten

$$\left| \arctan x - \frac{1}{1 + x^2} \right| < \frac{\pi}{2}$$

- (5p) 12. Bestäm arean av den buktiga yta som bildas när kurvstycket

$$2y + 2 = e^x + e^{-x}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

roterar kring x -axeln.