Institutionen för matematik
KTH

Lösningar till tentamensskrivning på kursen Linjär algebra I, 5B1128 och 5B1108, utgående kurs, fredagen den 9 januari 2004.

1.
$$\mathbf{A^{-1}} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. $x = 1, -1$ eller 2.

3. $a = -1$.

4. Uppgiften kan formuleras som att bestämma de (x_1, x_2, x_3) så att
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$
Denna matrisekvation ger ett linjärt ekvationssystem med lösningen $(x_1, x_2, x_3) = (1, 2, -1)$ så
Svar: Ja.

5. Svaret är ja om och endast om vektorerna $(-1, -2, -3)$, $(2, 1, 0)$ och $(2, 3, 1)$ är koplana. Eftersom den determinant man får när man har dessa vektorer som kolonner är skild från noll är svaret på frågan i uppgiften **Nej**.

6.
$$\begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix}$$

7. $t(1, 0, 1)$ hörande till egenvärdet 1,
$t(1, 0, 0)$ hörande till egenvärdet 2,
$t(0, 1, -1)$ hörande till egenvärdet -1.

8. **Svar:** $(x_1, x_2, x_3) = t(1, 3, -5)$ där t reellt tal.

9. Om punkten $P = (x, y, z)$ ligger på bägge linjerna så gäller att
$$(x, y, z) = (3, 2, 1) + t(1, 1, 2) = (-2, 7, 1) + s(1, 0, 1)$$
för några reella tal s och t. Detta ger systemet
$$(t - s, t, 2t - s) = (-5, 5, 0)$$

som har lösningen $t = 5$ och $s = 10$. Eftersom en lösning finns så har linjerna en gemensam punkt.

10.

$$A\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + A\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$