Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning på kursen Linjär algebra I, 5B1128 och 5B1108, utgående kurs, fredagen den 9 januari 2004 klockan 08.00-13.00.

Examinatorer: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: 16 poäng ger betyget tre, 22 poäng ger betyget fyra och 30 poäng ger betyget fem.
Övrigt: Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

PROBLEM:

1. (3p) Beräkna inversen till nedanstående matris:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

2. (3p) Lös ekvationen $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$.

3. (3p) Bestäm de värden på talet a för vilka nedanstående ekvationssystem har oändligt många lösningar:

$$\begin{array}{ccccccc} -2x & + & y & + & 2z & = & -1 \\ ax & + & 2y & + & z & = & 1 \\ x & + & 3y & - & z & = & 4. \end{array}$$

4. (3p) Den linjära avbildningen $T : R^3 \to R^3$ har standardmatrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Undersök om det finns något (x_1, x_2, x_3) sådant att $T(x_1, x_2, x_3) = (2, 4, 1)$.

5. (3p) Undersök om origo ligger i det plan som innehåller punkterna $(-1, -2, -3)$, $(2, 1, 0)$ och $(2, 3, 1)$.

6. (4p) Låt $T : R^2 \to R^2$ vara den linjära avbildning som beskriver spegling i linjen $y = 2x$. Bestäm standardmatrisen för T.

7. (4p) Bestäm samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. (4p) För den linjära avbildningen $T : R^3 \to R^2$ gäller att $T(1,0,0) = (-1,2)$ och $T(0,1,0) = (2,1)$ och $T(0,0,1) = (1,1)$. Bestäm samtliga (x_1, x_2, x_3) sådana att $T(x_1, x_2, x_3) = (0,0)$.

9. (4p) Visa att linjerna $L_1 :\ (x,y,z) = t(1,1,2)+(3,2,1)$ och $L_2\ (x,y,z) = s(1,0,1)+(-2,7,1)$ skär varandra i en punkt.

10. (4p) För 2×2-matrisen A gäller att $(1,1)$ är en egenvektor hörande till egenvärdet 3 och $(-1,2)$ är en egenvektor hörande till egenvärdet -1. Bestäm

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$