Institutionen för Matematik
KTH

Tentamen i Analytiska metoder och linjär algebra 1
för M, BD, P och T (kurskod 5B1132) samt IT (kurskod 5B1140)
Den 16 december 2003 kl 08.00-13.00

Uppgifterna 1-5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter ska ni bara lösa dem som svarar mot moment ni inte blivit godkända på under kursens gång. Bedömningen här är Godkänd/Underkänd.

Uppgifterna 6-10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Betygsgränser:
För betyg 3 krävs godkänt på moment 1-5 plus 3 poäng totalt på uppgifterna 6-10.
För betyg 4 krävs godkänt på moment 1-5 plus 7 poäng totalt på uppgifterna 6-10.
För betyg 5 krävs godkänt på moment 1-5 plus 12 poäng totalt på uppgifterna 6-10.
Utförliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

1. Lös nedanstående ekvationssystem (obs: det har oändligt många lösningar).
$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x + 2y + 2z = 3 \\ 5x + y + z = 9 \end{cases}$$

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller de båda linjerna $p(t) = (2+t,\, 1+t,\, -t)$ och $r(s) = (1,\, -3s,\, 1+2s)$.

3. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = \dfrac{(4x+2)e^{x-1}}{x^2+1}$ i punkten $(1,3)$.

4. Beräkna gränsvärdet $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos 2x + \cos 4x - 2}{x \sin x}$.

5. Beräkna integralen $\displaystyle\int_4^6 \frac{3x-5}{x^2-4x+3}\,dx$.

6. Finn alla lokala extrempunkter (och bestäm deras typ) till funktionen $f(x) = x - 2\ln(3 + x^2)$.

7. Finn allmänna lösningen $y(x)$ till differentialekvationen $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 25\cos x + 1$.

8. För matriserna A och B gäller att $ABA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

   Bestäm $AB^{-1}A^{-1}$.

9. Sambandet $1 + y + e^{y-2} = 5e^{1-x} - x$ definierar y som en oändligt många gånger deriverbar funktion $y = y(x)$. Uppenbarligen är $y(1) = 2$. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 kring punkten $x = 1$ för funktionen y.

10. En motorcykelförare ska köra en sträcka om 161 km från en punkt A till en punkt B genom svårgenomtränglig teräng. Framkomligheten varierar, så hon kan inte räkna med att hålla samma hastighet hela tiden. Hon kalkylerar med att hålla en hastighet v som varierar enligt formeln $v(x) = 3\sqrt{x + 64}$ km/h, där x är avståndet från startpunkten A. Beräkna den totala körtiden. (*Ledning: Man kan t ex dela upp sträckan i småbitar.*)

Lösningsförslag kommer att finnas på adressen
http://www.math.kth.se/math/student/courses/5B1132/P/200304/tenta031216.pdf
senast klockan 17.00 tentamensdagen.