

Institutionen för Matematik
KTH

Tentamen i Analytiska metoder och linjär algebra 1
för M, BD, P och T (kurskod 5B1132) samt IT (kurskod 5B1140)

Den 15 april 2004 kl 14.00-19.00

Uppgifterna 1-5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter ska ni bara lösa dem som svarar mot moment ni inte blivit godkända på under kursens gång. Bedömningen här är Godkänd/Uderkänd.

Uppgifterna 6-10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Betygsgränser: För betyg 3 krävs godkänt på moment 1-5 plus 3 poäng totalt på uppgifterna 6-10. För betyg 4 krävs godkänt på moment 1-5 plus 7 poäng totalt på uppgifterna 6-10. För betyg 5 krävs godkänt på moment 1-5 plus 12 poäng totalt på uppgifterna 6-10. Utförliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

1. Hur många lösningar har nedanstående ekvationssystem?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x + y + 2z = 3 \\ 5x - y - 8z = 2 \end{cases}$$

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkten $(1, 2, 3)$ och linjen $p(t) = (1 + t, 1 + t, -t)$.
3. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = (x + 1)e^{\sin 3x}$ i punkten $(0, 1)$.
4. Bestäm den lösning $y(x)$ till differentialekvationen $y'' + 4y' + 4y = 8x$ som uppfyller att $y(0) = -2$ och $y'(0) = 4$.

5. Beräkna integralen $\int_2^3 \frac{7x}{x^2 + 5x - 6} dx$.

6. Du får veta följande om en reellvärd funktion f av en reell variabel. Kurvan $y = f(x)$ går igenom punkten $(1, 7)$ och tangenten till kurvan i denna punkt har riktningskoefficient 7. Dessutom är f deriverbar hur många gånger som helst på hela x -axeln och $f''(1) = -4$. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 7x}{(x - 1)^2}.$$

7. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^4 + 1}}$.

8. En matris X som uppfyller att $AX = E$, där E är enhetsmatrisen i något format, brukar kallas en högerinvers till matrisen A . Finn, om så är möjligt, en högerinvers till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

9. Bestäm en ekvation för normalen till kurvan

$$1 + \arctan(xy - 2) = e^{2y-4} + 5 \ln x$$

i punkten $(x, y) = (1, 2)$.

10. Avgör om integralen $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x(1+x^2)} dx$ är konvergent.

Lösningförslag publiceras dagen efter tentamensdagen på <http://www.math.kth.se/tranberg/5B1132.Extentor.html>