Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning, 2004–08–19, kl. 14^{00}–19^{00}.

5B1132/5B1140 Analytiska metoder och linjär algebra I, för BD/M/P/T/IT.

De fem första uppgifterna svarar mot de fem momenten i den kontinuerliga examinationen och bedöms med godkänt eller underkänt.(Ni ska förstås bara göra de uppgifter som svarar mot moment ni inte redan har blivit godkända på. Titta på bonuslistan om ni är osäkra.) Uppgifterna 6-10 kan ge maximalt 4 poäng var.
Förutom godkänt på de fem första uppgifterna krävs dessutom
-för betyg 3 minst 3 poäng totalt på uppgifterna 6-10,
-för betyg 4 minst 7 poäng totalt på uppgifterna 6-10,
-för betyg 5 minst 12 poäng totalt på uppgifterna 6-10.
Inga hjälpmedel! Lycka till!!

1. Hur många lösningar har nedanstående ekvationssystem?

$$\begin{cases} x+2y+3=6z \\ y+2z+3=6x \\ z+2x+3=6y \end{cases}.$$

2. Bestäm den vinkelräta projektionen av punkten $(3,3,3)$ på planet $x-y+2z=0$.

3. Beräkna $f'(3)$ då $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-5}}{\tan\frac{\pi x}{12}}$.

4. Bestäm det minsta värdet som funktionen

$$f(x)=9x-\ln x$$

antar.

5. Beräkna integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,dx}{1+\cos^2 x}$$

6. Finn allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y''-6y'+10y=39\cos x+10.$$

(4p)

7. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+6x^2}-1-3x^2}{x(\sin 4x)-4x^2}$$

(4p)

V.g. vänd!

8. Bestäm

$$\int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$$

(Ledning: faktorisera först polynomet) (4p)

9. Låt A, B, C, D vara de fyra punkterna i rummet med koordinater $(-1, 0, -1)$, $(1, 0, 1)$, $(-1, 2, 1)$ respektive $(1, 2, -1)$. Betrakta alla trianglar på formen ABM, där M är en punkt på sträckan CD. Vilken av dessa trianglar har minst area?(Bestäm såväl arean som punkten M) (4p)

10. Man vill byta den övre gränsen i den generaliserade integralen

$$\int_2^\infty \frac{2x-3}{x^4+x^2}\,dx$$

från oändligheten till ett ändligt tal N så att den nya integralen

$$\int_2^N \frac{2x-3}{x^4+x^2}\,dx$$

ger ett närmevärde till den generaliserade integralen med två korrekta decimaler(dvs den ska avvika med högst 0,005). Finn ett N som uppfyller kravet. (4p)