Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning, 2004–05–19, kl. 8.00–13.00.

5B1133, Analytiska metoder och linjär algebra 2.

Uppgifterna 1–5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd.

Uppgifterna 6–10 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Betygsgränser:
För betyg 3 krävs godkänt på moment 1–5 plus 3 poäng totalt på uppgifterna 6–10.
För betyg 4 krävs godkänt på moment 1–5 plus 7 poäng totalt på uppgifterna 6–10.
För betyg 5 krävs godkänt på moment 1–5 plus 12 poäng totalt på uppgifterna 6–10.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget.

---

1. Låt $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ vara standardbasen för $\mathbf{R}^3$. För vilka värden på konstanten a utgör vektorerna $\boldsymbol{f}_1 = \boldsymbol{e}_1 + a\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{f}_2 = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + a\boldsymbol{e}_3$, $\boldsymbol{f}_3 = \boldsymbol{e}_1 + a\boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3$ en bas för $\mathbf{R}^3$?

2. Bestäm en ekvation för tangentplanet i punkten $(1,2,3)$ till ytan $2xy + \frac{z}{x} + \ln(z - y) = 7$.

3. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen
$$f(x,y) = y^3 - x^2 + 2xy - 7y^2 + 9y$$
samt ange deras karaktär.

4. Beräkna linjeintegralen
$$\int_\Gamma (x^2 + xy)\,\mathrm{d}x + (x + 2y)\,\mathrm{d}y$$
där Γ är räta linjen $x + y = 1$ från punkten $(1,0)$ till punkten $(0,1)$.

5. Beräkna flödesintegralen
$$\iint_\mathbf{S} (x + 3, y + 2, z + 1) \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}S$$
där $\mathbf{S}$ är den del av planet $z = 4 - x - 2y$ som projiceras på triangeln med hörnen i punkterna $(0,0)$, $(1,0)$ och $(0,1)$. Enhetsnormalen $\hat{\boldsymbol{n}}$ har positiv z–komponent.

6. Beräkna dubbelintegralen $\iint_\mathbf{D} x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, där $\mathbf{D}$ är det ändliga område som begränsas av kurvan $xy = 2$ och linjen $x + y = 3$.

7. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = xy$ då $x^2 + 4y^2 \le 200$, $y \ge 7$.

8. Betrakta vektorfältet $\boldsymbol{F} = (y^2 + az, bxy, 3z^2 - x)$, där a och b är konstanter.
   a. Bestäm a och b så att fältet $\boldsymbol{F}$ blir konservativt.
   b. Bestäm för dessa värden på a och b en potential till $\boldsymbol{F}$.
   c. Bestäm för dessa värden på a och b det arbete fältet uträttar längs kurvan
   $$\boldsymbol{r}(t) = (2\cos t, \sin t + \cos t, \sin t)$$
   från punkten $(2,1,0)$ till punkten $(0,1,1)$.

9. Beräkna flödet av fältet $\boldsymbol{F} = (xz^2, x^2z, xy^2)$ ut ur kroppen $1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4$.

V.g.vänd V.g.vänd

10. Låt $T\colon \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ vara den linjära avbildning som består i vridning med vinkeln π kring linjen $(x,y,z) = (t,\ 2t,\ 3t)$. Bestäm, om möjligt, någon bas i vilken matrisen för T är en diagonalmatris och ange denna matris.

Lycka Till!

Lösningsförslag kommer finnas på adressen
http://www.math.kth.se/math/student/courses/5B1133/M/200304/tenta040519.pdf