LS6. Version A.

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{X} \qquad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$0 = \det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 4 & -2-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \lambda - 6 = (\lambda - 2)(\lambda + 3)$$

$$\lambda_1 = 2 \text{ och } \lambda_2 = -3$$

Egenvärdena är reella och har skilda tecken .

Den kritiska punkten, origo, är en sadelpunkt och därmed instabil.

$$\lambda_1 = 2 \text{ insatt i } (\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ ger } \begin{pmatrix} 1-2 & 1 \\ 4 & -2-2 \end{pmatrix}\mathbf{v} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{v}_1 = r_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X}_1 = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = -3 \text{ insatt i } (\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ ger } \begin{pmatrix} 1+3 & 1 \\ 4 & -2+3 \end{pmatrix}\mathbf{v} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{v}_2 = r_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X}_2 = e^{-3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Allmänna lösningen blir :

$$\mathbf{X} = c_1 e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} & e^{-3t} \\ e^{2t} & -4e^{-3t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

Partikel är placerad i punkten (-1, 4).

Den ligger på den egenriktning som svarar mot negativt egenvärde .

Partikeln hamnar efter lång tid i origo .