Svar till vissa "jämna" uppgifter. Zill/Cullen.
1.1.8. Andra ordningen och icke-linjär pga 1/r^2.
1.2.2. Entydig lösning då x> 0,y> 0 eller x< 0,y< 0.
1.3.14. Diff.ekv. garanteras ej att ha entydig lösning i (5,3).
9.1. 2….
2.1.10. y+1=Cx.
2.3.4. y=3/2+Cx^(-2), 0<x.
4.1.20. linjärt oberoende, ty de är ej multipler av varandra.
4.3.42. y=5exp(x)+5x exp(x).
4.4.30. y=2exp(-2x)+9x exp(-2x)+ (1/6 x^3+3/2 x^2) exp(-2x).
Ansatsen ypart=(A x^3 + B x^2) exp(-2x).
11.2.20. Funktionen är kontinuerlig för x=Pi/2. Insättning ger.:
1=f(Pi/2)=1/Pi+1/2+sum(((1+(-1)^n)/(Pi(1-n^2))cos(nPi/2); n=2..infinity)
Varannan term försvinner.
11.3.14. Funktionen är udda. Dess Fourierserie blir sum(2/n (-1)^(n+1) sin(nx); n=1..infinity).
11.3.42. Fourierserien till den givna funktionen blir:
1/4+ sum((((-1)^n -1) /((nPi)^2)cos(2nPit)) ; n=1..infinity).
Ansätt : xpart=A0/2+sum(An cos (2n Pi t).
A0 = 1/24, An= (((-1)^n -1) /((nPi)^2)) / (12-(n Pi)^2)
12.1.28. r=x+a t och s=x - a t. Kedjeregeln ger diff(u , x) = diff(u, r) + diff(u, s) .
diff(diff(u, r) + diff(u, s)), x) = …=diff(u , r r) +2 diff (u , r s) + diff (u , s s).
Analogt erhålles: diff(u , t) = a (diff(u, r) - diff(u, s)) .
diff(a (diff(u, r) - diff(u, s))), t) = …
= a^2 (diff(u , r r) - 2 diff (u , r s) + diff (u , s s)).
Insättning i diff.ekv. ger: diff (u , r s) = 0.
Integration map s ger : diff (u , r) = f (r).
Integrera map r : u= F (r) + G (s).
Återsubstitution ger: u(x , t) = F (x + a t) +G (x - a t).
12.2..2   k diff (u , x x) = diff (u , t) , 0 < x < L , t > 0.
u (0 , t) = u0 , u (L , t)= u1 , t > 0.
u (x , 0) = 0 , 0 < x < L.
12.3..4.   u (x , t)= 1/4 +
+4 sum ([(1 / (2 n Pi)) sin(n Pi / 2) + 1 / (n Pi)^2 (cos (n Pi / 2) - 1)]*
exp (- (k t / 4)(n Pi)^2) cos (n Pi x / 2).
12.4.14.   u(x , t) = F (x + a t) +G (x - a t)
u (x , 0) = F (x) + G (x) = f (x). (***)
Derivera u map t: och sätt därefter t =0   (F ´(x) - G ´(x)) a = g (x).
Integrera map x från x0 till x : F (x) - G (x) = 1 / a Int (g (x) ; x0…x) + c1.
(***) ger G (x) = - F (x) +f (x).
Insättning ger : F (x) = 1/2 f (x) + 1 / (2 a) Int (g (x) ; x0…x) + C.
(***) ger G (x) = 1/2 f (x) - 1 / (2 a) Int (g (x) ; x0…x) - C.

F (x + a t) = 1/2 f (x + a t) + 1 / (2 a) Int (g (x) ; x0…x + a t) + C
G (x - a t)) = 1/2 f (x-a t) - 1 / (2 a) Int (g (x) ; x0…x- a t) - C

u(x , t) = F (x + a t) +G (x - a t)=1 / 2 (f (x + a t) + f (x-a t)) +
+ 1 / (2 a) Int (g (x) ; x - a t…x + a t).

.
12.5.10. u (x , y)= 1/ Pi Int (f (x) ; x = 0..Pi) +
+(2 / Pi) sum (Int(f(x) cos (n x); 0.. Pi) exp (- n y) cos (n x)).

7.2.8. $4 + 1/4\ t^4 - \exp(-8t)$.
7.3.40. $L(t^2 \cos t) = \text{diff}(s/(s^2+1), s\ s) = \ldots = (2s(s^2-3))/(s^2+1)^3$.
7.3.46. e.
7.3.48. b.
7.3.50. d.
7.5.20. $y = 1 - \exp(-t) - 2[1 - \exp(-(t-1)] U(t-1)$.
7.5.36. $f(t) = 1/2\ t - 1/12\ t^3$.
8.2.42. Egenvärdena är: -2, $\pm 2i$.
$X = c1\ (0, -1, 1)^* \exp(-2t) + c2\ (-2\cos 2t + 2\sin 2t, \cos 2t, \cos 2t)^* +$
$+ c3\ (-2\cos 2t - 2\sin 2t, \sin 2t, \sin 2t)^*$.
· avser transponera vektorn.
8.3.20. $Xh = c1\ (1, 1, 1)^* \exp(t) + c2\ (1, 1, 0)^* \exp(2t) +$
$+ c3\ (1, 0, 1)^* \exp(2t)$
$Xp = (-1/2, -1, -1/2)^* t + (-3/4, -1, -3/4)^* + (2, 2, 0)^* \exp(t) +$
$+ (2, 2, 2)^* t \exp(t)$.
8.3.22. $X = (3, 3)^* t - (1, 4)^* + (1, 1) \ln t$.
10.1.16. De kritiska punkterna är $(0, 0)$, $(\pm 1, \pm 2)$. Totalt fem punkter.
10.1.24. Övergång till polära koordinater ger: diff (r , t)= r^3 samt diff (teta , t)= -1.
r = 1 / rot (- 2 t + c1) resp teta = - t + c2.
X(0)=(4 , 0), dvs r = 4 och teta =0 ger c2 =0 och c1 = 1 / 16.
r = 1 / rot (1- 32 t) och teta = - t.
OBS! r-→ oändligheten då t-→ 1 / 32-. Kurvan är ej en spiral.
10.3.2. r = 5 / (1 + c1 exp (- 5 alfa t)) och teta = - t + c2.
Alfa > 0 : r → 5 då t→+oändligheten. Kritiska punkten (0 , 0) är instabil.
Alfa < 0 : r→ 0 då t→ +oändligheten. Kritiska pukten (0 , 0) är asymptotiskt stabil.
10.3.30. Sätt x´= y , y´= x´´= e (y - 1 / 3 y^3) -x. (e = epsilon)
x´= y´= 0 →x=y=0.
Jacobimatrisen g´(X)= (0 1 , -1 e(1- y ^2))
I den kritiska punkten (0 , 0) är tau = e och delta = 1.
Tau kvadrat - 4 delta = e^2 - 4.
Tau= e > 0 instabil kritisk punkt.
Instabil spiralpunkt då: tau = e > 0 och e^2 - 4 < 0 , dvs 0 < e < 2.
Stabil spiralpunkt då: tau = e < 0 och e^2 - 4 < 0 , dvs -2 < e < 0.
Center inträffar då tau = e = 0 ty då är x´´+ x = 0.