

Z.C.2.3.6.

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = x^3$$

En integrerande faktor är : e^{x^2} .

Multiplitera med e^{x^2} .

$$e^{x^2} y + e^{x^2} 2xy = e^{x^2} x^3$$

$$(e^{x^2} y)' = e^{x^2} x^3$$

Integrera map x .

$$\begin{aligned} e^{x^2} y' - e^{x^2} x^3 dx &= \int e^{x^2} x^3 dx = \int_{t=x^2} e^t dt = \int_{dt=2x dx} e^t dt = \\ &= e^t t \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} e^t (t - 1) + C = \frac{1}{2} e^{x^2} (x^2 - 1) + C \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{2} (x^2 - 1) + C e^{-x^2}$$

Definitionsintervallet är hela reella axeln, dvs $x \in \mathbb{R}$.

Observera att lösningen består av två delar,

$$\text{dels } y_h = Ce^{-x^2} \quad \text{dels } y_p = \frac{1}{2}(x^2 - 1).$$

$y_h = Ce^{-x^2}$ uppfyller den homogena
differentialekvationen $\frac{dy}{dx} + 2xy = 0$

$y_p = \frac{1}{2}(x^2 - 1)$ är en partikulärlösning till $\frac{dy}{dx} + 2xy = x^3$.