Z.C.4.1.24.

Visa att på reella axeln har $y'' - 4y = 0$ fundamentallösningarna $\{\cosh 2x , \sinh 2x\}$.

$y = \cosh 2x \; , \; y' = 2\sinh 2x \; , \; y'' = 4\cosh 2x.$

$y = \sinh 2x \; , \; y' = 2\cosh 2x \; , \; y'' = 4\sinh 2x.$

$y = \cosh 2x$ och $y = \sinh 2x$ är lösningar till differentialekvationen $y'' - 4y = 0$.

Vi visar att $\cosh 2x$ och $\sinh 2x$ är linjärt oberoende.

$$\mathbf{W}(\cos 2x, \sinh 2x) = \begin{vmatrix} \cosh 2x & \sinh 2x \\ 2\sinh 2x & 2\cosh 2x \end{vmatrix} =$$

$$= 2\cosh^2 2x - 2\sinh^2 2x = 2 \neq 0$$

$\cosh 2x$ och $\sinh 2x$ är fundamentallösningar och kan användas som bas för lösningsrummet.

Bilda en linjärkombination av $\cosh 2x$ och $\sinh 2x$.

$$y = c_1 \cosh 2x + c_2 \sinh 2x$$

Andra fundamentallösningar är e^{2x} och e^{-2x}.

Med dessa kan allmänna lösningen skrivas:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A}\, e^{2x} + Be^{-2x}$$